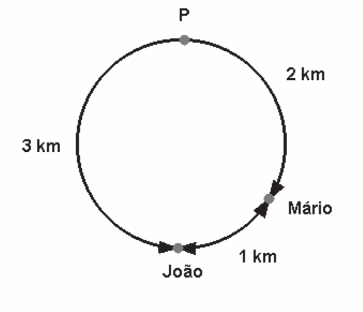
QUESTÃO 1
(ALTERNATIVA B)



Como Mário correu $8 = 1\times 6 + 2$ km em sentido horário e a pista tem 6 km, então ele deu 1 volta completa e ficou a 2 km do ponto de partida no sentido horário. Do mesmo modo, João correu $15 = 2\times 6 + 3$ km, ou seja, ele deu 2 voltas completas e ficou a 3 km do ponto de partida em sentido anti-horário, que equivale também a 3 km do ponto de partida em sentido horário. Como Mário e João ficaram respectivamente a 2 e 3 km do ponto de partida em sentido horário então a distância entre eles é 1 km.

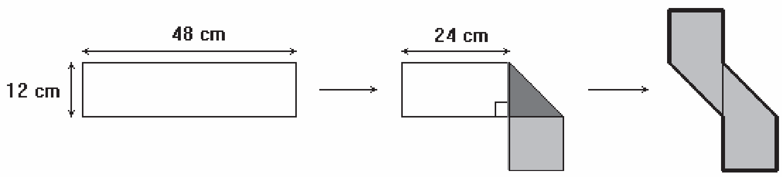
QUESTÃO 2
(ALTERNATIVA D)
Vamos listar todas as possibilidades:

- $(20 \div 2 + 3)\times 6 = (10 + 3)\times 6 = 13\times 6 = 78$
- $(20 \div 2) + 3\times 6 = 10 + 18 = 28$
- $20 \div (2 + 3)\times 6 = 20 \div 5\times 6 = 4\times 6 = 24$
- $20 \div 2 + (3\times 6) = 10 + 18 = 28$
- $20 \div (2 + 3\times 6) = 20 \div (2 + 18) = 20 \div 20 = 1$

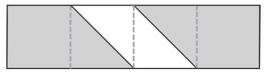
Devemos também considerar a possibilidade de colocar parênteses em volta de um único número, como por exemplo $20 \div 2 + (3)\times 6$. Qualquer que seja o número escolhido, o resultado será sempre o mesmo, a saber, $20 \div 2 + 3\times 6 = 10 + 18 = 28$.
Finalmente, notamos que em $20 \div 5\times 6$ há o problema de decidir qual das duas operações deve ser feita em primeiro lugar. Em casos assim, a convenção habitual é efetuar as operações ($\div$ e $\times$) na ordem em que aparecem da esquerda para a direita, que foi o que fizemos acima.

QUESTÃO 3
(ALTERNATIVA A)
Como já foram colocados 1500 baldes na caixa, faltam 500 baldes para enchê-la. O enunciado diz que 2000 baldes equivalem a 2400 latas, donde $\frac{2000}{4} = 500$ baldes equivalem a $\frac{2400}{4} = 600$ latas. Logo faltam 600 latas para encher a caixa.

QUESTÃO 4
(ALTERNATIVA D)
Na figura dada a parte cinza obtida depois da primeira dobradura pode ser dividida em duas partes: um quadrado de lado 12 cm e um triângulo de área igual a metade da área do quadrado. A área do quadrado é $12\times 12 = 144\text{ cm}^2$, logo a área do triângulo é $\frac{1}{2}\times 144 = 72\text{ cm}^2$. Assim, a área dessa parte cinza é $144 + 72 = 216\text{ cm}^2$. Depois da segunda dobradura, obtemos duas partes cinzas iguais, cuja área total é $2\times 216 = 432\text{ cm}^2$.



Outra solução: note que a área do polígono formado pelo papel dobrado é igual à área original da tira menos as áreas das partes que se sobrepõem. Após a primeira dobra, a parte sobreposta é representada pelo triângulo mais escuro, e depois da segunda dobra forma-se outra parte sobreposta igual à primeira. Juntas essas partes têm área igual à de um quadrado de lado 12 cm. Conseqüentemente, a área do polígono é igual a $12\times 48 - 12\times 12 = 576 - 144 = 432\text{ cm}^2$.
Outra solução: observamos que a área do polígono formado pela cartolina dobrada é igual à área em cinza na figura ao lado (dois quadrados e dois triângulos) que representa 6/8 da área da tira retangular. Logo, a área pedida é:



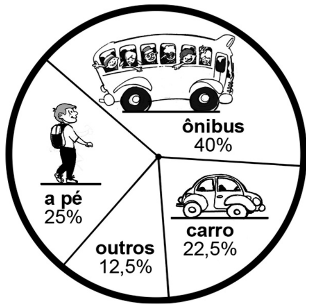
$\frac{6}{8}$ de $12\times 48 = \frac{6}{8}\times 12\times 48 = 6\times 12\times 6 = 432\text{ cm}^2$.

QUESTÃO 5
(ALTERNATIVA E)
Carlos começou a trabalhar com 41-15=26 anos. Se *y* representa o número total de anos que ele trabalhará até se aposentar, então sua idade ao se aposentar será 26+*y*, e portanto 26+*y*+*y*=100. Segue que $y = \frac{100-26}{2} = 37$. Logo ele poderá se aposentar com 26+37=63 anos.

Outra solução: Atualmente a idade do Carlos mais os anos que ele já trabalhou somam $41+15=56$. Cada ano a mais que o Carlos trabalhar acrescentará 2 a este total. Como $100-56=44$, ele deve trabalhar mais $\frac{44}{2}=22$ anos para atingir a soma 100. Ao final deste período ele terá então $41+22=63$ anos de idade.
Equivalentemente, se Carlos trabalhar mais *x* anos, a soma de sua idade ao se aposentar com os anos trabalhados será de $(41+x)+(15+x)=56+2x$. Para que essa soma seja 100, devemos ter $56+2x=100$, donde $2x=44$ e então $x=22$, como antes.

QUESTÃO 6
(ALTERNATIVA B)
Seja *n* o número de alunos da turma. A idéia da professora era dividir as 96 balas igualmente pelos *n* alunos sem que sobrassem balas, logo *n* é um divisor de 96. Quando a Emília faltou, a professora distribuiu $96-5=91$ balas entre os outros $n-1$ alunos; o mesmo raciocínio mostra então que $n-1$ é um divisor de 91. Notamos que como sobraram 5 balas, a turma tinha pelo menos 5 alunos. A lista de divisores de 96 é 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48 e 96; já a de divisores de 91 é 1, 7, 13 e 91, logo *n* está na primeira lista e $n-1$ na segunda. O único número da segunda lista que é 1 a menos que um número da primeira e ao mesmo tempo maior ou igual a 5 é o 7. Concluímos então que $n=8$.

QUESTÃO 7
(ALTERNATIVA C)



O percentual dos entrevistados que não vão ao trabalho a pé é $100\% - 25\% = 75\%$.
Como $\frac{22{,}5}{75} = 0{,}3$ segue que o percentual dos que vão ao trabalho de carro entre aqueles que não vão a pé é 30%.
Outra maneira de resolver o problema é escolher um número qualquer e supor que este foi o número de pessoas entrevistadas. Não há perda de generalidade aqui, pois os dados do problema são porcentagens, donde o número real de pessoas entrevistadas é irrelevante. É conveniente então escolher um número que faça os cálculos simples, e no nosso caso escolhemos 200. Com esta suposição, vemos que 150 pessoas não vão a pé ao trabalho e destas 45 vão de carro. Como $\frac{45}{150} = 0{,}3$ chegamos (é claro) à mesma resposta anterior.
Podemos ainda pensar de outra maneira, formando "blocos" com 2,5% dos entrevistados. Neste caso, 100% corresponde a 40 blocos, dos quais 30 não vão a trabalho a pé e destes 9 vão de carro. Obtemos aqui $\frac{9}{30} = 0{,}3$, como antes.

QUESTÃO 8
(ALTERNATIVA C)
Vamos contar os números da lista do Daniel como segue:

Lista 1: números divisíveis por 7: 7, 14, 21, ..., 98, num total de 14.
Lista 2: números que têm 7 como algarismo das unidades: 7,17, 27, ..., 97, num total de 10.
Lista 3: números que têm 7 como algarismo das dezenas: 70,71, …, 79 num total de 10.

Com esta contagem, parece que a resposta correta é $14+10+10=34$, mas devemos levar em conta a duplicação, isto é, o fato de que alguns números apareceram em mais de uma das listas acima. O número 7 aparece nas listas 1 e 2; o número 70 aparece nas listas 1 e 3 e o número 77 aparece nas listas 1, 2 e 3. Isto mostra que temos 4 repetições, donde a resposta correta é $34-4=30$.

QUESTÃO 9
(ALTERNATIVA B)
Os resultados depois de cada etapa da brincadeira estão na tabela a seguir.

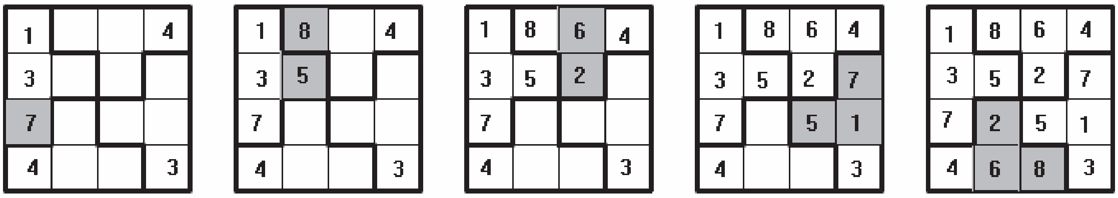
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
Ana	100	12	12	12	12	12	12	12	12	8	4
Daniela	88	88	76	64	52	40	28	16	4	4	4

Logo a resposta correta é 4. Notamos que essa "brincadeira" nada mais é que o algoritmo de Euclides para calcular o máximo divisor comum de dois números; no caso, a tabela pode ser interpretada como a seqüência de divisões

$$100 = 1 \times 88 + 12$$
$$88 = 7 \times 12 + 4$$
$$12 = 3 \times 4 + 0$$

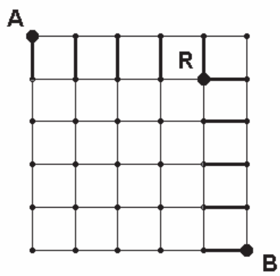
que nos mostra que o máximo divisor comum de 100 e 88 é 4.

QUESTÃO 10
(ALTERNATIVA E)
Uma maneira de preencher a tabela de acordo com as condições do enunciado é dada abaixo. Em cada etapa, indicamos com a cor cinza as novas casas preenchidas; o leitor pode justificar cada um dos passos ilustrados. Notamos que a tabela final é única, independente do modo com que ela é preenchida.



Voltando à questão, vemos que a soma dos números nos quadradinhos cinzas marcados no desenho do enunciado é $6 + 8 + 5 + 1 = 20$.

QUESTÃO 11
(ALTERNATIVA C)
Para ir de A até R a formiguinha deve escolher um dos cinco segmentos verticais em traço mais grosso na primeira linha da figura. Uma vez escolhido esse segmento, há um único caminho de A até R que passa por ele. Desse modo, a formiguinha pode ir de A até R de cinco maneiras diferentes. Analogamente, ela pode seguir de R até B de cinco maneiras diferentes. Logo o número de maneiras que ela tem para ir de A até B é $5 \times 5 = 25$.



Podemos também usar as letras *b* e *d* para dizer se a formiguinha percorre um segmento para baixo ou para direita, respectivamente. Um caminho de A até R é então uma seqüência de um *b* e quatro *d*'s, de modo que há cinco desses caminhos, a saber *bdddd*, *dbddd*, *ddbdd*, *dddbd* e *ddddb*. Analogamente há cinco caminhos de R até B, e a resposta segue como acima.

QUESTÃO 12
(ALTERNATIVA E)
Como cada funcionário trabalha 5 dias por semana, o número de funcionários multiplicado por 5 é igual ao número total de jornadas de trabalho de segunda a sábado. Logo o número de funcionários da empresa é

$$\frac{250 + 267 + 245 + 263 + 256 + 249}{5} = \frac{1530}{5} = 306.$$

QUESTÃO 13
(ALTERNATIVA B)
Como $535 = 11 \times 46 + 29$, vemos que 11 ônibus são insuficientes para o passeio. Por outro lado, de $13 \times 46 = 598$ vemos que se o número de ônibus fosse maior ou igual a 13 o número de professores seria no mínimo $598 - 535 = 63$, o que não é possível pois em cada ônibus há no máximo 2 professores. Logo o passeio foi feito com 12 ônibus e o número de professores é $12 \times 46 - 535 = 17$. Como cada ônibus tem 1 ou 2 professores e 17 dividido por 12 tem quociente 1 e resto 5, concluímos que o número de ônibus com 2 professores é 5.
Outra solução: Sejam x o número de ônibus com 1 professor (nesses ônibus há 45 alunos) e y o número de ônibus com 2 professores (nesses ônibus há 44 alunos). Logo, $45x+44y=535$. Para resolver essa equação, observe que como x e y são inteiros positivos, y tem que ser um múltiplo de 5 menor que 15 (porque $15\times44>535$), isto é, y vale 5 ou 10. Substituindo esses valores na equação, obtemos $y = 5$.

QUESTÃO 14
(ALTERNATIVA D)
Sejam p o preço do quilo de queijo prato e m o preço do quilo do queijo de Minas; o enunciado diz que $p = 1{,}1m$.
Com uma quantia qualquer x pode-se comprar $\frac{x}{p}$ quilos de prato e $\frac{x}{m}$ quilos de Minas. O enunciado diz que com uma determinada quantia q podemos comprar 37 gramas a mais de queijo Minas do que de queijo prato, ou seja,

$$\frac{q}{m} = \frac{q}{p} + 0{,}037\,.$$

Substituindo a expressão de p em função de m, *obtemos*

$$\frac{q}{m} = \frac{q}{1{,}1m} + 0{,}037\,.$$

Logo

$$\frac{q}{m}\left(1 - \frac{1}{1{,}1}\right) = 0{,}037\,,$$

donde

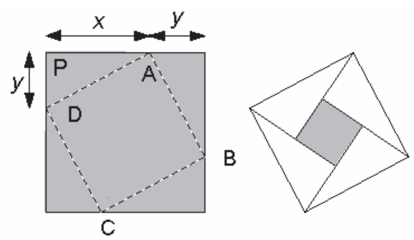
$$\frac{q}{m} \cdot \frac{0{,}1}{1{,}1} = 0{,}037\,.$$

Segue que

$$\frac{q}{m} = \frac{1{,}1}{0{,}1} \cdot 0{,}037 = 0{,}407\,,$$

donde podemos comprar 407 gramas de queijo de Minas com essa quantia.
Outra solução: O valor de x gramas de queijo prato é o valor de x gramas de queijo minas e mais 0,1 x gramas de queijo minas. Assim a quantidade x de queijo prato que vale 37 gramas a mais de queijo minas é tal que 0,1 x = 37 ou seja x = 370 gramas. Essa quantidade de queijo prato tem, portanto, o valor de 370 + 37 = 407 gramas de queijo minas.

QUESTÃO 15
(ALTERNATIVA A)
Sejam x e y as medidas (em centímetros) de PA e PD, respectivamente. Vemos então que $x + y = 30$ e que o lado do quadrado central da folha dobrada é $x - y$. Como a área desse quadrado é 144 cm^2, segue que seu lado mede 12 cm, ou seja, $x - y = 12$. Dessas duas equações segue que $x = 21$.



QUESTÃO 16
(ALTERNATIVA E)
Se Estefânia embaralhar as cartas 6 vezes elas voltarão à posição inicial. Como $74 = 12 \times 6 + 2$, embaralhar as cartas 74 vezes tem o mesmo efeito que fazê-lo duas vezes, o que deixa a carta E no topo da pilha.

QUESTÃO 17
(ALTERNATIVA C)
Lembramos primeiro que em um triângulo um ângulo externo é igual à soma dos dois ângulos internos não adjacentes. Logo

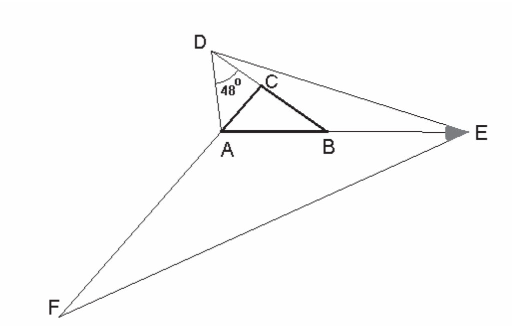
$$A\hat{C}B = C\hat{A}D + C\hat{D}A = 2 \cdot C\hat{D}A = 96^\circ$$

onde notamos que $C\hat{A}D = C\hat{D}A$ pois o triângulo CAD é isósceles. Do mesmo modo obtemos

$$C\hat{B}A = 2 \cdot D\hat{E}A$$

e

$$B\hat{A}C = 2 \cdot F\hat{E}A.$$



Somando essas três igualdades e lembrando que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°, obtemos

$$180^\circ = 96^\circ + 2 \cdot (D\hat{E}A + F\hat{E}A) = 2 \cdot D\hat{E}F$$

donde $D\hat{E}F = 42^\circ$.

QUESTÃO 18
(ALTERNATIVA A)
Cada uma das três pessoas, em princípio, pode beber água ou suco, logo há $2 \times 2 \times 2 = 8$ possibilidades para considerar, conforme a tabela.

	Ari	**Bruna**	**Carlos**
1	água	água	água
2	suco	água	água
3	água	suco	água
4	suco	suco	água
5	água	água	suco
6	suco	água	suco
7	água	suco	suco
8	suco	suco	suco

Devemos agora analisar as condições do problema para decidir qual das possibilidades é a correta. A primeira condição (*se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruna pede água*) elimina as possibilidades 3 e 8. A segunda condição (*se Ari pede uma bebida diferente da de Bruna, então Carlos pede suco*) elimina a possibilidade 2. A terceira condição (*se Bruna pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari pede água*) elimina as possibilidades 4 e 6. Até o momento, restam as possibilidades 1, 5 e 7.

	Ari	**Bruna**	**Carlos**
1	água	água	água
5	água	água	suco
7	água	suco	suco

e como apenas um deles pede sempre a mesma bebida, chegamos a Ari, que sempre pede água.

QUESTÃO 19
(ALTERNATIVA C)

Como $\frac{2}{5}$ do número de alunos baianos é um número inteiro e $\frac{2}{5}$ é uma fração irredutível, concluímos que o número de baianos é múltiplo de 5. Do mesmo modo concluímos que o número de mineiros é múltiplo de 7. Os múltiplos de 5 menores do que 31 são 5, 10, 15, 20, 25 e 30 e os múltiplos de 7 menores que 31 são 7, 14, 21, 28 (não incluímos o 0 entre os múltiplos pois o enunciado diz que há tanto baianos como mineiros no ônibus). Como 31 é a soma do número de baianos com o número de mineiros, a única possibilidade é que o ônibus tenha 10 baianos e 21 mineiros. Como $\frac{2}{5}$ do número de alunos baianos é de homens, segue que $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ é de mulheres. Logo o total de mulheres no ônibus é

$$\frac{3}{5}\times 10+\frac{3}{7}\times 21=6+9=15$$

Observação: É importante notar que a irredutibilidade das frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{7}$ é essencial no argumento acima. Sabemos, por exemplo, que $\frac{3}{7}=\frac{6}{14}$ e que $\frac{6}{14}\times 21=9$ mas 14 não é um divisor de 21.

QUESTÃO 20
(ALTERNATIVA B)

Vamos denotar as peças, da esquerda para a direita e de cima para baixo, de H, U, Z e R. A peça H só pode ser colocada de duas maneiras diferentes em um quadrado, a peça U de quatro maneiras diferentes, a peça Z de duas maneiras diferentes e a peça R de quatro maneiras diferentes. Uma vez fixada a posição em que as peças vão entrar nos quadrados, elas podem ser distribuídas de $4\times 3\times 2\times 1=24$ maneiras diferentes. Logo o número de maneiras diferentes de colocar as peças nos quadrados é $2\times 4\times 2\times 4\times 24=1536$.