

QUESTÃO 1
ALTERNATIVA C

Alvimar recebeu de troco $5,00 - 3,50 = 1,50$ reais. Dividindo 1,50 por 0,25, obtemos o número de moedas de 25 centavos que ele recebeu. Como $1,50 \div 0,25 = 6$, segue que ele recebeu de troco seis moedas de 25 centavos.

Podemos também pensar como segue. Duas moedas de 25 centavos totalizam 50 centavos. Como R\$1,50 é o mesmo que três vezes 50 centavos, para dar o troco serão necessárias $3 \times 2 = 6$ moedas de 25 centavos.

QUESTÃO 2
ALTERNATIVA B

Trocamos a posição de dois algarismos vizinhos do número 682479, conforme a tabela

algarismos trocados	resultado
6 e 8	862479
8 e 2	628479
2 e 4	684279
4 e 7	682749
7 e 9	682497

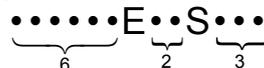
e verificamos que o menor dos números obtidos é 628479. Logo, os algarismos que devem ser trocados são 8 e 2.

QUESTÃO 3
ALTERNATIVA C

Elisa está na 7ª posição da fila pois na sua frente há 6 pessoas. Como atrás de Samuel há 9 pessoas e a fila tem 21 pessoas, sua posição é a de número $21 - 9 = 12$. Logo Samuel está atrás de Elisa, e entre eles existem pessoas nas posições de 8 a 11, ou seja, 4 pessoas. A situação está representada no desenho abaixo, onde as letras S e E correspondem, respectivamente, a Samuel e Elisa e a fila começa na direita.



O que está errado com a seguinte solução? *Juntos, as pessoas atrás de Samuel, o próprio Samuel, as pessoas na frente de Elisa e a própria Elisa totalizam $6 + Elisa + Samuel + 9 = 17$ pessoas. Logo sobram $21 - 17 = 4$ pessoas, que são as que estão entre Elisa e Samuel.* A resposta é que esse raciocínio está incorreto, pois a expressão $6 + Elisa + Samuel + 9 = 17$ só é válida quando Samuel está atrás de Elisa. Para ver isso, basta pensar (por exemplo) no seguinte diagrama



que mostra uma fila de 13 pessoas com 9 atrás de Samuel e 6 na frente de Elisa. De fato, é fácil ver (exercício) que se o Samuel estiver na frente de Elisa uma fila que obedeça às condições dadas pode ter no máximo 15 pessoas. Para garantir que o Samuel está atrás de Elisa, é necessário usar o fato de que a fila tem 21 pessoas, como na solução apresentada.

QUESTÃO 4
ALTERNATIVA D

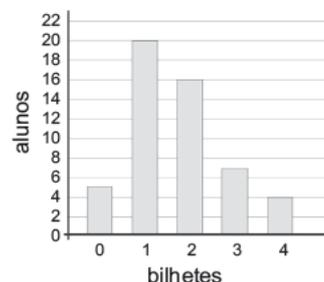
Em expressões aritméticas sem parêntesis, colchetes ou chaves, as operações de multiplicação e divisão têm prioridade sobre as de soma e subtração; ou seja, as multiplicações e divisões devem ser realizadas antes das somas e subtrações. Desse modo temos

$$2 + 4 \times 8 - 4 \div 2 = 2 + 32 - 2 = 34 - 2 = 32.$$

QUESTÃO 5
ALTERNATIVA D

Vamos ler as informações contidas no gráfico:

- 5 alunos não compraram bilhetes (isto é, compraram 0 bilhetes cada um): total $5 \times 0 = 0$ bilhetes
- 20 alunos compraram 1 bilhete cada um: total $20 \times 1 = 20$ bilhetes
- 16 alunos compraram 2 bilhetes cada um: total $16 \times 2 = 32$ bilhetes
- 7 alunos compraram 3 bilhetes cada um: total $7 \times 3 = 21$ bilhetes
- 4 alunos compraram 4 bilhetes cada um: total $4 \times 4 = 16$ bilhetes



Logo o número total de bilhetes comprados foi $0 + 20 + 32 + 21 + 16 = 89$.

QUESTÃO 6
ALTERNATIVA B

Na conta apresentada podemos observar o seguinte:

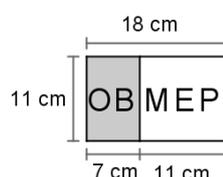
- *coluna das unidades*: como $7 + 5 = 12$, vai 1 para a coluna das dezenas;
- *coluna das dezenas*: como $1 + \clubsuit + 9 = 10 + \clubsuit$, o algarismo das dezenas do resultado é \clubsuit e vai 1 para a coluna das centenas;
- *coluna das centenas*: como $1 + 4 + 8 = 13$, o algarismo das centenas da soma é 3 e vai 1 para a coluna dos milhares.

$$\begin{array}{r} 4 \clubsuit 7 \\ + 8 9 5 \\ \hline 1 \clubsuit \clubsuit 2 \end{array}$$

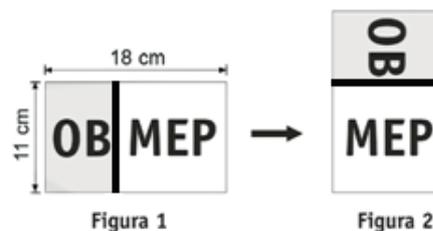
Em resumo, concluímos que $1 \clubsuit \clubsuit 2 = 13 \clubsuit 2$, o que nos mostra que $\clubsuit = 3$ (e a conta é $437 + 895 = 1332$).
Logo

$$\clubsuit \times \clubsuit + \clubsuit = 3 \times 3 + 3 = 12.$$

QUESTÃO 7
ALTERNATIVA A



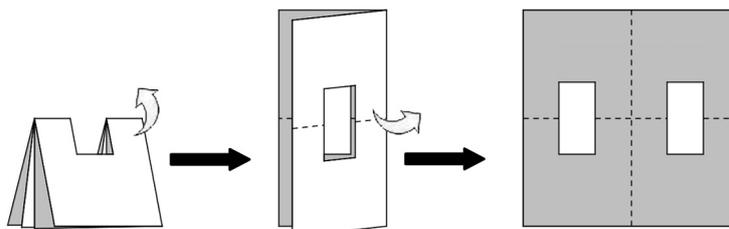
Ao lado marcamos com linha mais forte o corte, tanto no cartão original quanto no cartão formado após o corte. Na figura 1, vemos que o corte mede 11 cm, pois a parte com OB é um retângulo e os lados opostos de um retângulo são iguais. Na figura 2 vemos que o lado superior da parte com MEP também mede 11 cm.



Desse modo o lado menor da parte com OB mede $18 - 11 = 7$ cm e sua área é $7 \times 11 = 77 \text{ cm}^2$.

QUESTÃO 8
ALTERNATIVA E

A figura mostra o que acontece ao desdobrar o papel.



QUESTÃO 9
ALTERNATIVA A

3		9	18
1			7
0			13
4	18	16	

Devemos completar as oito casas vazias na figura à direita escolhendo números entre 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, e 8, de modo que não apareçam números repetidos. Começaremos pela coluna da esquerda, escolhendo dois números diferentes com soma igual a 4; a única escolha possível é 1 e 3. Se o 3 aparecesse na casa acima do 0, os outros dois números da linha central deveriam ser escolhidos entre 2, 4, 5, 6, 7 e 8 e ter soma igual a 4, o que é impossível. Logo na casa acima do 0 deve aparecer o 1 e o 3 aparece acima do 1. Obtemos então a figura à esquerda.

		9	18
			7
0			13
4	18	16	

Passamos agora para a linha superior. Como 3 e 9 ocupam duas casas dessa linha e $3 + 9 = 12$, na casa entre o 3 e 9 deve aparecer o 6, ou seja, temos a figura à direita. Notamos que a essa altura só podemos escolher números entre 2, 4, 5, 7 e 8.

3	6	9	18
1	4	2	7
0	8	5	13
4	18	16	

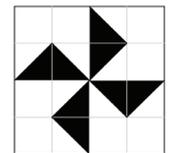
Finalmente passamos para a linha do meio. Os números das casas que faltam na linha do meio devem somar 6, ou sejam, devem ser 2 e 4. Se o 2 estiver na casa central, teremos na coluna do meio $6 + 2 = 8$; como a soma dos números dessa coluna é 18, isso não pode acontecer, pois $18 - 8 = 10$. Logo o número que aparece na casa central é o 4.

3	6	9	18
1			7
0			13
4	18	16	

A figura à esquerda mostra o quadrado completamente preenchido.

QUESTÃO 10
ALTERNATIVA C

O quadrado está dividido em 16 quadradinhos. A área sombreada é a soma das áreas de 8 triângulos iguais, cada um com área igual a metade da área de um quadradinho. Portanto, a área sombreada é igual à área de $8 \times \frac{1}{2} = 4$ quadradinhos, o que corresponde a $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ da área do quadrado.



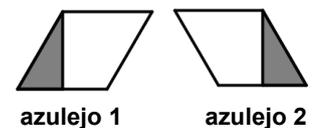
QUESTÃO 11
ALTERNATIVA D

A face colada do dado da esquerda é oposta à face com 1, logo essa face tem o número 6. Na face colada do dado da direita não aparecem nem o 1 nem o 3, e logo não aparecem também nem o 6 nem o 4. Restam para essa face os números 2 e 5. Observando a posição dos três pontos nas faces superiores dos cubos e lembrando que os cubos são idênticos, vemos que o cubo da direita tem o 2 em sua face direita (oculta), logo sua face colada tem o número 5. Segue que a soma das faces coladas é $6 + 5 = 11$.



QUESTÃO 12
ALTERNATIVA E

Mostramos ao lado dois azulejos. O azulejo 1 é o azulejo do enunciado, com o qual foram formadas as figuras das alternativas A), B), C) e D). A figura da alternativa E) foi feita com duas cópias do azulejo 1 e duas cópias do azulejo 2. Como não é possível obter o azulejo 2 por translação ou rotação do azulejo 1, segue que não podemos montar a figura da alternativa E) com cópias do azulejo 1.



QUESTÃO 13
ALTERNATIVA D

1ª solução: O 1º treino acontece em uma segunda, o 2º em uma quinta e assim por diante, até o 8º que cai novamente em uma segunda e o ciclo se repete. Logo os treinos de números 1, 8, 15, 22, ... são aqueles que caem em uma segunda. Esses números formam a sequência $1, 1 + 1 \times 7, 1 + 2 \times 7, 1 + 3 \times 7, \dots$. Como queremos saber quando ocorrerá o 100º treino, procuramos o termo dessa sequência mais próximo de 100. Esse termo é $99 = 1 + 14 \times 7$, ou seja, o 99º treino ocorrerá em uma segunda. Logo o 100º treino ocorrerá em uma quinta.

2ª solução: Um dia de treino e dois dias de folga formam grupos de três dias, totalizando $3 \times 99 = 297$ dias até a véspera do dia do 100º treino. Como $297 = 7 \times 42 + 3$, esses 297 dias correspondem a 42 semanas de segunda a domingo mais 3 dias, que são segunda, terça e quarta. Logo quarta é a véspera do 100º treino, que ocorre então em uma quinta.

QUESTÃO 14
ALTERNATIVA C

A área de cada quadradinho corresponde a 9% da área do quadrado maior e assim a área dos 4 quadradinhos corresponde a $4 \times 9 = 36\%$ da área do quadrado maior. Logo a área em cinza corresponde, a $100 - 36 = 64\%$ da área total. Como essa área é 128cm^2 , concluímos que 1% dessa área é igual a $\frac{128}{64} = 2\text{cm}^2$. Segue que a área do quadrado maior é $2 \times 100 = 200\text{cm}^2$.

QUESTÃO 15
ALTERNATIVA E

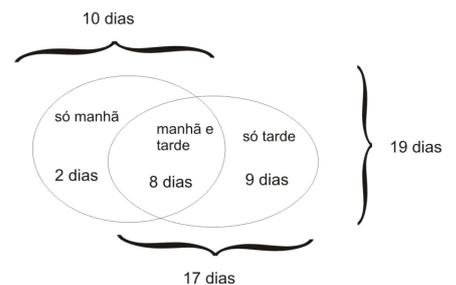
Alice comprou o creme dental pequeno. De fato, se ela tivesse comprado o creme dental médio, ela teria apenas mais $10,00 - 4,40 = 5,60$ reais para gastar, mas a soma dos preços de um sabonete e desodorante é no mínimo $1,80 + 4,00 = 5,80$ reais, ou seja, ela não poderia comprar os três itens. O mesmo argumento mostra que ela não pode ter comprado um creme dental grande.

PREÇOS (R\$)			
	Sabonete	Creme dental	Desodorante
Pequeno	1,80	2,40	4,00
Médio	2,80	4,40	5,00
Grande	4,00	6,00	8,50

Notamos que ao comprar um creme dental pequeno sobram $10,00 - 2,40 = 7,60$ reais. Com essa quantia Alice pode comprar um sabonete pequeno e um desodorante pequeno ou médio, ou então um sabonete médio e um desodorante pequeno.

QUESTÃO 16
ALTERNATIVA B

Como não choveu em 12 dias e Janeiro tem 31 dias, choveu em $31 - 12 = 19$ dias. Em 17 desses 19 dias choveu à tarde, logo choveu apenas pela manhã em $19 - 17 = 2$ dias. Podemos também concluir que choveu apenas à tarde em $19 - 10 = 9$ dias.



Mais geralmente, podemos raciocinar como segue. Choveu em 19 dias, dos quais em 10 choveu pela manhã e em 17 à tarde. Ao efetuar a soma $10 + 17 = 27$, contamos os dias em que choveu pela manhã e à tarde duas vezes; desse modo, o número de dias em que choveu tanto pela manhã quanto à tarde foi de $10 + 17 - 19 = 8$. Logo choveu apenas pela manhã em $10 - 8 = 2$ dias e choveu apenas à tarde em $17 - 8 = 9$ dias. O diagrama ao lado conta toda a história.

QUESTÃO 17
ALTERNATIVA A

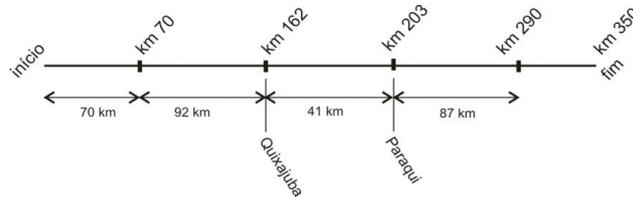
Como Jeca e Tatu comeram juntos 33 bananas, concluímos que Saci e Pacu comeram juntos $52 - 33 = 19$ bananas. Como Saci foi quem mais comeu e Pacu comeu pelo menos 1 banana, Saci comeu no máximo $19 - 1 = 18$ bananas. Portanto, Jeca comeu no máximo 17 bananas e, como Jeca comeu mais que Tatu, concluímos que Tatu comeu no máximo 16 bananas. Como $33 = 17 + 16$, não é possível que Jeca tenha comido menos que 17 ou Tatu menos que 16 bananas. Vemos assim que Jeca comeu 17 bananas e Tatu comeu 16 bananas; além disso, Saci comeu 18 bananas e sobrou apenas 1 banana para o Pacu.

QUESTÃO 18
ALTERNATIVA B

Não existem números circunflexos começando com 8, pois nesse caso o segundo algarismo seria 9, não sobrando nenhum algarismo maior para aparecer no centro. Por outro lado, qualquer número começando com 6 à esquerda é menor do que 77777. Assim, os circunflexos maiores do que 77777 são da forma $789\mathbf{AB}$, onde **A** e **B** denotam algarismos de 0 a 9. Notamos que **A** não pode ser 0, pois nesse caso não seria possível escolher um algarismo para **B**. Além disso **A** também não pode ser 9, pois os três últimos algarismos devem estar em ordem decrescente; logo **A** só pode assumir valores de 1 a 8. Se **A** for 8, **B** pode ser escolhido entre os algarismos de 0 a 7, ou seja, temos 8 escolhas para **B**. Do mesmo modo, se **A** for 7 temos 6 escolhas para **B** e assim por diante, até o caso em que **A** for 1, quando temos apenas 1 escolha para **B**. Logo o número total de números circunflexos é $8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$.

QUESTÃO 19
ALTERNATIVA B

Na figura a seguir, admitimos que a estrada de 350 km começa à esquerda e termina à direita; também não faz diferença supor que Quixajuba esteja à esquerda de Paraqui.



Vamos explicar como foi feita a figura. Notamos que Quixajuba não pode estar à esquerda do quilômetro 70, pois nesse caso ela estaria antes do início da estrada. Logo ela está à direita do quilômetro 70 e fica no quilômetro $70 + 92 = 162$ da estrada. Do mesmo modo vemos que Paraqui está à esquerda do quilômetro 270 e fica no quilômetro $290 - 87 = 203$. Portanto, a distância entre as duas cidades é $203 - 162 = 41$ quilômetros.

QUESTÃO 20
ALTERNATIVA D

Temos duas possibilidades para Adriano: ele é um tamanduá ou uma preguiça. Vamos primeiro supor que ele é um tamanduá e fazer a tabela a seguir, linha por linha, de acordo com as falas dos amigos:

	é	diz que	logo
1	Adriano um tamanduá (diz a verdade)	Bruno é uma preguiça	Bruno é uma preguiça
2	Bruno uma preguiça (mente)	Carlos é um tamanduá	Carlos é uma preguiça
3	Carlos uma preguiça (mente)	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal	Daniel e Adriano são o mesmo tipo de animal
4	Daniel um tamanduá (diz a verdade)	Adriano é uma preguiça	Adriano é uma preguiça

As casas sombreadas mostram que nesse caso Adriano, além de ser um tamanduá, é também uma preguiça, o que não pode acontecer pelas regras da brincadeira. Logo Adriano não é um tamanduá, ou seja, ele é uma preguiça. Fazemos agora outra tabela do mesmo modo que a anterior:

	é	diz que	logo
1	Adriano uma preguiça (mente)	Bruno é uma preguiça	Bruno é um tamanduá
2	Bruno um tamanduá (diz a verdade)	Carlos é um tamanduá	Carlos é um tamanduá
3	Carlos um tamanduá (diz a verdade)	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal	Daniel e Adriano são tipos diferentes de animal
4	Daniel um tamanduá (diz a verdade)	Adriano é uma preguiça	Adriano é uma preguiça

e vemos que Bruno, Carlos e Daniel são tamanduás.