

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento

Bairro

Cidade

UF

CEP

Endereço eletrônico (email)

DDD

Telefone

Assinatura

DDD

Telefone (outro)

Visite nossas
páginas na Internet:



www.obmep.org.br



www.facebook.com/obmep

Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você

apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.

8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não escreva nos espaços sombreados.
10. Não é permitido:
 - a. o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta;
 - b. comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador de provas;
 - c. o uso de quaisquer aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, relógios com calculadora, máquinas fotográficas, etc.).

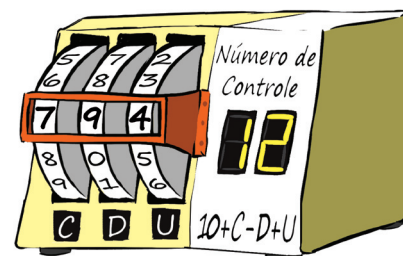
O não cumprimento dessas regras resultará em sua desclassificação.

Boa prova!

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

1. Na figura temos um aparelho com três discos **C** (centenas), **D** (dezenas) e **U** (unidades), nos quais aparecem, em ordem, os algarismos de 0 a 9. O seu visor mostra um número CDU , a partir do qual é calculado o número de controle $10 + C - D + U$. Por exemplo, quando o visor mostra 794, o número de controle é $10 + 7 - 9 + 4 = 12$.

Quando giramos o disco **C** ou o disco **U**, o disco **D** gira junto; não é possível girar o disco **D** de modo independente. Por exemplo, se o visor mostra 794 e o disco **C** for girado de uma unidade de 7 para 8, o visor mostrará 804; por outro lado, se o disco **U** for girado de uma unidade de 4 para 3, o visor mostrará 783.



a) Qual é o número de controle quando o visor mostra 804?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Quando o visor mostrava 690, girou-se um dos discos **C** ou **U** de uma unidade e o número de controle não se alterou. Qual passou a ser o número do visor?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Explique por que o algarismo das unidades do número de controle não muda quando se gira qualquer um dos discos **C** ou **U**.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Explique por que é impossível, a partir do número 978 no visor, obter o número 555 através de giros dos discos **C** ou **U**.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

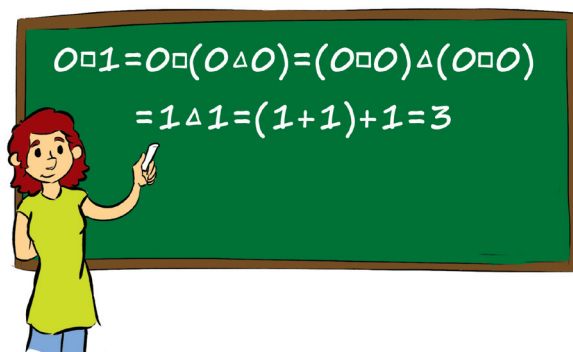
TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

2. Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por Δ e \square , com as seguintes propriedades:

- $a \Delta b = (a + b) + 1$
- $a \square b = b \square a$
- $0 \square 0 = 1$
- $a \square (b \Delta c) = (a \square b) \Delta (a \square c)$

Por exemplo, $0 \Delta 0 = (0 + 0) + 1 = 1$. Observe na ilustração como Hipácia calculou $0 \square 1$.



a) Calcule $2 \Delta 3$.

Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Calcule $0 \square 3$.

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Calcule $2 \square 3$.

Correção
Regional

Correção
Nacional

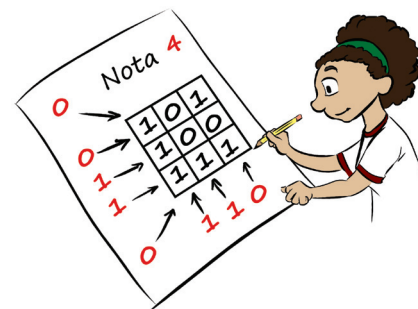
TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

3. Helena brinca com tabuleiros 3×3 , preenchidos com os algarismos 0 ou 1, da seguinte maneira:

- ela atribui o número 0 a cada linha, coluna ou diagonal cuja soma de seus algarismos seja par e o número 1 a cada linha, coluna ou diagonal para a qual essa soma seja ímpar;
- em seguida, ela calcula a *nota* do tabuleiro, que é a soma dos números que ela atribuiu.



Por exemplo, a nota do tabuleiro na ilustração é $0 + 0 + 1 + 1 + 0 + 1 + 1 + 0 = 4$.

a) Qual é a nota do tabuleiro abaixo?

0	0	1
1	1	1
0	0	0

Correção
RegionalCorreção
Nacional

b) Preencha os tabuleiros abaixo de quatro maneiras diferentes e de modo que todos tenham nota 8.

Correção
RegionalCorreção
Nacional

c) Explique por que, quando se troca o número de um dos cantos de um tabuleiro de nota ímpar, sua nota torna-se par.

Correção
RegionalCorreção
Nacional

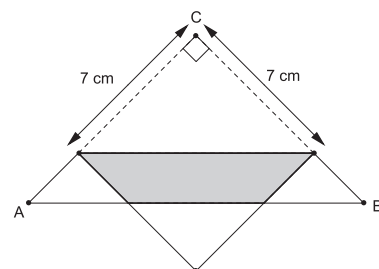
d) De quantas maneiras diferentes um tabuleiro pode ser preenchido de modo que sua nota seja ímpar?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

TOTAL

Correção
RegionalCorreção
Nacional

4. A figura mostra um triângulo de papel ABC , retângulo em C e cujos catetos medem 10 cm. Para cada número x tal que $0 \leq x \leq 10$, marcam-se nos catetos os pontos que distam x cm do ponto C e dobra-se o triângulo ao longo da reta determinada por esses pontos. Indicamos por $f(x)$ a área, em cm^2 , da região onde ocorre sobreposição de papel. Por exemplo, na figura ao lado a área da região cinzenta, em cm^2 , é $f(7)$.

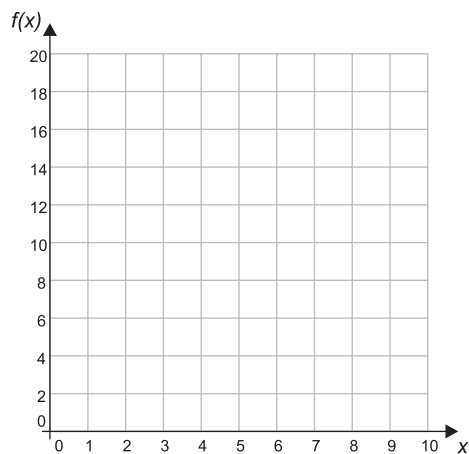


a) Calcule $f(2)$, $f(5)$ e $f(7)$.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Escreva as expressões de $f(x)$ para $0 \leq x \leq 5$ e $5 \leq x \leq 10$.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------



c) Faça o gráfico de $f(x)$ em função de x .

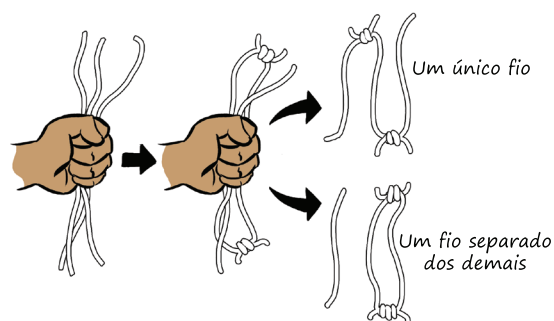
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Determine o maior valor possível para a área da região de sobreposição.

Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	TOTAL

5. Homero segura um número ímpar de barbantes idênticos e pede para Sofia amarrar pares de pontas ao acaso, de cada lado de sua mão, até que sobre somente uma ponta de cada lado. A figura ilustra o procedimento para três barbantes.

a) Com três barbantes, qual é a probabilidade de que todos os barbantes fiquem unidos em um único fio?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

b) Com cinco barbantes, qual é a probabilidade de que um dos pedaços originais de barbante fique separado dos demais?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

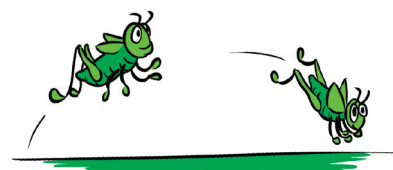
c) Com cinco barbantes, qual é a probabilidade de que os barbantes fiquem unidos em um único fio?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

TOTAL

Correção
RegionalCorreção
Nacional

6. Dois grilos, Adonis e Basílio, pulam sempre para a frente; Adonis só dá pulos de 1 cm ou 8 cm e Basílio só dá pulos de 1 cm ou 7 cm. Eles percorrem qualquer distância com o menor número de pulos possível. Por exemplo, Adonis percorre 16 cm com apenas dois pulos de 8 cm cada, enquanto Basílio precisa de quatro pulos, sendo dois de 7 cm e outros dois de 1 cm. Por outro lado, para percorrer 15 cm, Adonis precisa de oito pulos, sendo um de 8 cm e sete de 1 cm, enquanto Basílio precisa de apenas três pulos, sendo dois de 7 cm e um de 1 cm.



Indicando por $A(d)$ e $B(d)$, respectivamente, o número de pulos que Adonis e Basílio dão para percorrer d centímetros, temos $A(15) = 8$, $B(15) = 3$, $A(16) = 2$ e $B(16) = 4$.

a) Complete a tabela abaixo.

d : distância em cm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$A(d)$: número de pulos de Adonis	1	2													8	2
$B(d)$: número de pulos de Basílio	1	2													3	4

Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Encontre um número d entre 200 e 240 tal que $B(d) < A(d)$ (isto é, encontre uma distância entre 200 cm e 240 cm tal que, para percorrê-la, Basílio dá menos pulos do que Adonis).

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Encontre o maior número d tal que $B(d) = A(d)$.

Correção
Regional

Correção
Nacional

TOTAL

Correção
Regional

Correção
Nacional

R A S C U N H O