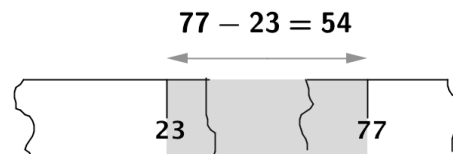


QUESTÃO 1

ALTERNATIVA C

Quando abrir a fita métrica, Dona Célia verá o trecho da fita representado na figura; a mancha cinzenta corresponde à porção da fita que estava em volta da cintura de Marta. A medida da cintura de Marta é a distância entre os pontos marcados com 77 e 23, ou seja, é $77 - 23 = 54$ cm.



QUESTÃO 2

ALTERNATIVA C

O maior número de três algarismos diferentes é 987 e o menor número de três algarismos diferentes é 102 (observamos que o algarismo 0 não pode aparecer na casa das centenas). A diferença entre esses números é $987 - 102 = 885$.

QUESTÃO 3

ALTERNATIVA D

A única maneira de somar três números distintos entre 1, 2, 3, 4, e 5 e obter o resultado 6 é $1 + 2 + 3 = 6$. Logo os cartões com as letras O, B e E têm, em seu verso, os números 1, 2 ou 3 (não necessariamente nessa ordem). Ao olhar para o verso dos cartões com as letras O e P, Caetano vê no verso do cartão O um dos números 1, 2 e 3. Observando as somas $1 + 7 = 8$, $2 + 6 = 8$ e $3 + 5 = 8$, e lembrando que o número no verso do cartão P é no máximo 5, vemos que os números no verso dos cartões O e P são, respectivamente, 3 e 5. Resta o número 4, que é o que está no verso do cartão M.



QUESTÃO 4

ALTERNATIVA A

Em cada uma das nove primeiras colunas da tabela, o número da primeira linha é sempre duas unidades maior que o da segunda linha. Logo, nessas colunas, a segunda linha supera a primeira por um total de 18 unidades. Portanto, para que a soma das duas linhas seja igual, o número a ser colocado na casa azul deve ser $2013 - 18 = 1995$.

Outra solução equivalente é notar que os números de 3 a 17 estão repetidos nas duas linhas; a diferença entre elas é então $2013 + 1 - 19 = 1995$, que é número que está escondido.

1	3	5	7	9	11	13	15	17	2013
3	5	7	9	11	13	15	17	19	

QUESTÃO 5

ALTERNATIVA B

A tabela abaixo mostra as possíveis idades da professora, calculadas a partir da resposta de cada menina e dos erros 2, 3 e 5 anos para mais ou para menos:

	Errou em 2	Errou em 3	Errou em 5
Ana	20, 24	19, 25	17, 27
Beatriz	23, 27	22, 28	20, 30
Celina	28, 32	27 , 33	25, 35

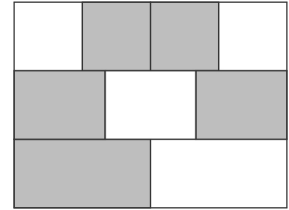
O único número que aparece nas três linhas e nas três colunas é 27; logo, essa é a idade da professora.

QUESTÃO 6

ALTERNATIVA B

Como as faixas são retângulos de mesmas dimensões, elas têm a mesma área, que é $36 \div 3 = 12 \text{ m}^2$. Segue que:

- na faixa inferior, a área de cada parte é $12 \div 2 = 6 \text{ m}^2$; essa é a área da parte cinza;
- na faixa do meio, a área de cada parte é $12 \div 3 = 4$; as duas partes cinzas têm então área total igual a $2 \times 4 = 8 \text{ m}^2$;
- na faixa do cima, a área de cada parte é $12 \div 4 = 3$; as três partes cinzas têm então área total igual a $3 \times 3 = 9 \text{ m}^2$.



A área total da região colorida de cinza é, portanto, $6 + 8 + 9 = 23 \text{ m}^2$.

QUESTÃO 7

ALTERNATIVA B

Como Abelardo tinha exatamente dois amigos à sua frente, o lado da mesa oposto a ele tinha exatamente duas pessoas. Como Beto tinha um único amigo à sua frente, o lado da mesa oposto a ele tinha exatamente uma pessoa. Carlos tinha quatro amigos à sua frente, logo o lado da mesa oposto a ele tinha exatamente quatro pessoas e Daniel tinha cinco amigos à sua frente, de modo que o lado da mesa oposto a ele tinha cinco pessoas. Como a mesa tem exatamente quatro lados, pode-se concluir que o número de meninos à mesa era $1 + 2 + 4 + 5 = 12$.

QUESTÃO 8

ALTERNATIVA E

A tabela abaixo mostra, em reais, o preço de todas as refeições possíveis:

	Prato Simples	Prato Completo	Prato Especial
Suco de laranja	11	14	18
Suco de manga	13	16	20
Vitamina	14	17	21

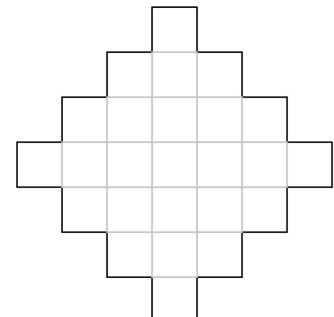
Prato Simples	R\$ 7,00
Prato Completo	R\$ 10,00
Prato Especial	R\$ 14,00
Suco de Laranja	R\$ 4,00
Suco de Manga	R\$ 6,00
Vitamina	R\$ 7,00

Os únicos valores nessa tabela que diferem por R\$9,00 são R\$20,00 e R\$11,00 (assinalados em vermelho). Logo o almoço de Beatriz foi um prato simples e suco de laranja, enquanto André pediu um prato especial e suco de manga.

QUESTÃO 9

ALTERNATIVA D

O polígono tem 14 lados que são segmentos verticais e 14 que são segmentos horizontais. Seu perímetro é a soma dos comprimentos desses 28 segmentos; logo, o comprimento de cada segmento é $56 \div 28 = 2 \text{ cm}$. Podemos agora decompor o polígono em 25 quadrados de 2 cm de lado, como na figura ao lado. A área de cada quadrado é $2 \times 2 = 4 \text{ cm}^2$ e a do polígono é então $25 \times 4 = 100 \text{ cm}^2$.



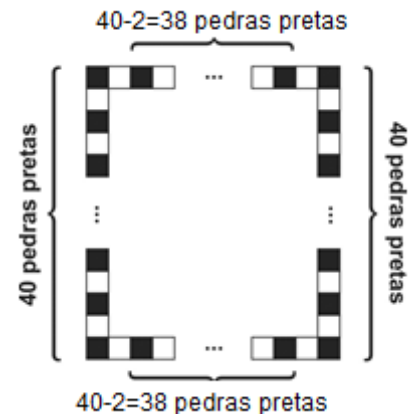
QUESTÃO 10

ALTERNATIVA A

Como há alternância de pedras pretas e brancas e mais pedras pretas do que brancas, as quatro pedras dos cantos da piscina devem ser pretas. Observando a figura ao lado, vemos que o total de pedras pretas é

$$40 + (40 - 2) + 40 + (40 - 2) = 40 + 38 + 40 + 38 = 156.$$

Alternativamente, podemos somar o número de pedras pretas em cada lado, obtendo $40 + 40 + 40 + 40 = 160$ e depois notar que as pedras pretas nos cantos da piscina foram contadas duas vezes. Isso introduz um erro de 4 na contagem anterior; a contagem correta é então $160 - 4 = 156$ pedras pretas.

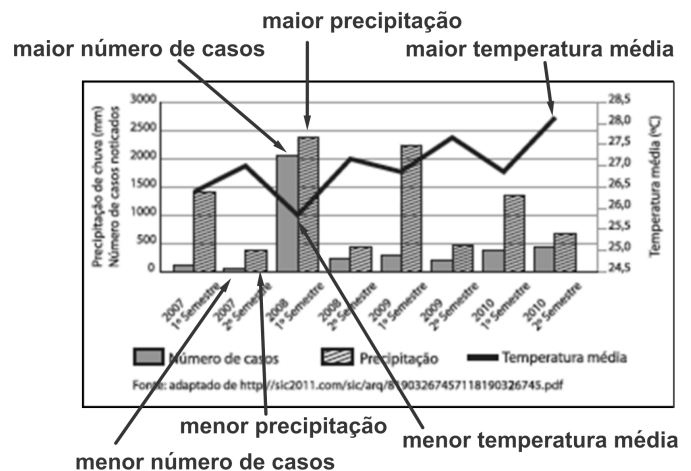


QUESTÃO 11

ALTERNATIVA D

Vamos analisar as afirmativas uma a uma, de acordo com a figura ao lado.

- falsa:** o período de maior precipitação (1º semestre 2008) teve o maior número de casos notificados de dengue, mas não foi o período de maior temperatura média (2º semestre 2010).
- falsa:** o período com menor número de casos notificados de dengue (2º semestre 2007) não foi o de maior temperatura média (2º semestre 2010).
- falsa:** o período de maior temperatura média (2º semestre 2010) não foi o de maior precipitação (1º semestre 2008).
- verdadeira:** o período de maior precipitação (1º semestre 2008) não foi o período de maior temperatura média (2º semestre 2010) e teve o maior número de casos notificados de dengue.
- falsa:** basta comparar o 1º semestre de 2007 com o 2º semestre de 2009: no primeiro a precipitação é maior do que no segundo, mas o seu número de casos de dengue é menor.



QUESTÃO 12

ALTERNATIVA A

Ao somar os algarismos das unidades, encontramos $77 \times 7 = 539$. Logo, o algarismo das unidades da soma é 9 e 53 deve ser adicionado à casa das dezenas. A soma dos algarismos 7 que aparecem nas dezenas é $76 \times 7 = 532$, que somada a 53 dá 585. Logo, o algarismo das dezenas é 5.

Alternativamente, podemos observar que os algarismos das dezenas e unidades da soma só dependem da soma dos algarismos das unidades e das dezenas das parcelas, ou seja, são os mesmos que os algarismos correspondentes da soma $7 + \underbrace{77 + 77 + \dots + 77}_{76 \text{ vezes}} = 7 + 76 \times 77 = 5859$;

logo, o algarismo das dezenas da soma indicada é 9 e o das unidades é 5.

QUESTÃO 13

ALTERNATIVA B

Carlinhos pode pintar P de verde ou amarelo. Se ele pintar o P de verde, ele poderá pintar o 2 de azul ou de amarelo; se ele pintar o P de amarelo, ele só poderá pintar o 2 de azul. No total, ele pode pintar o 2 e o P de $2+1=3$ maneiras diferentes. Isso feito, as outras letras e os outros algarismos só podem ser pintados de uma única cor, ou seja, Carlinhos pode pintar o letreiro de 3 maneiras diferentes. Indicando amarelo por A, azul por Z e verde por V, essas maneiras são **VAVAVZAZA**, **VAVAVAZAZ** e **AVAVAZAZA** (as letras sublinhadas indicam as cores de P e de 2).

QUESTÃO 14

ALTERNATIVA E

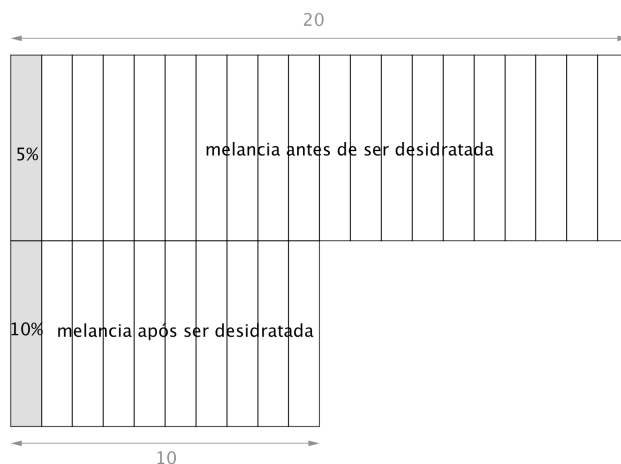
Aqui usaremos os termos *peso* e *massa* como sinônimos, para tornar o texto mais próximo da linguagem coloquial.

Uma melancia é constituída de duas partes: água e componentes sólidos (fibras, açúcares, etc.). Durante a desidratação somente ocorre perda de água; o peso dos demais componentes, antes e depois da desidratação, permanece o mesmo.

O enunciado diz que, após ser desidratada, a melancia pesa 6 kg, dos quais 90% correspondem a água; os 10% restantes, cujo peso é $\frac{1}{10} \times 6 = \frac{6}{10} = 0,6$ kg, correspondem aos componentes

sólidos. Por outro lado, antes de ser desidratada, a melancia tinha 95% de água, logo ela continha 5% de componentes sólidos; como o peso desses componentes não muda, vemos que 5% do peso original da melancia era 0,6 kg. Portanto 10%, ou seja, a décima parte, do peso original da melancia era igual a 1,2 kg; logo, o peso original da melancia era $10 \times 1,2 = 12$ kg.

A solução acima pode ser visualizada na figura a seguir, que consiste de dois retângulos que representam o peso da melancia antes e depois de ser desidratada; em ambos, o retângulo sombreado representa o peso dos componentes sólidos. No primeiro retângulo, o pequeno retângulo sombreado corresponde a 5% do peso da melancia, que corresponde então a 20 desses retângulos, pois $20 \times 5\% = 100\%$. Já no segundo retângulo, o pequeno retângulo sombreado corresponde a 10% do peso da melancia, que corresponde então a 10 desses retângulos, pois $10 \times 10\% = 100\%$. Logo o peso da melancia antes de ser desidratada (correspondente a 20 retângulos), era igual a duas vezes o peso da melancia após a desidratação (correspondente a 10 retângulos), ou seja, era 12 kg.

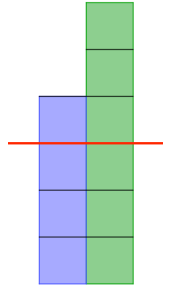


QUESTÃO 15 ALTERNATIVA C

Como $\frac{2}{3}L$ de água enche uma caneca, segue que $3 \times \frac{2}{3} = 2L$ de água enchem $3 \times 1 = 3$ canecas.

Logo, $\frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}L$ de água encherá $\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$ de uma caneca.

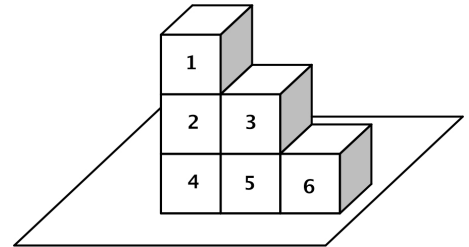
Outra solução pode ser obtida considerando a figura ao lado. A coluna da direita, em verde, representa 1L de água; cada quadradinho corresponde a $\frac{1}{6}L$. A coluna da esquerda, em azul, representa a capacidade da caneca, que é de $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}L$; observamos que cada quadradinho azul corresponde a $\frac{1}{4}$ da capacidade da caneca.



Dividindo a figura ao meio pela linha vermelha, vemos que três quadrados verdes ($\frac{1}{2}L$ de água) correspondem a três quadrados azuis ($\frac{3}{4}$ da capacidade da caneca). Logo, $\frac{1}{2}L$ de água enche $\frac{3}{4}$ da caneca.

QUESTÃO 16 ALTERNATIVA A

A soma de todas as faces de um cubo é $1+2+3+4+5+6+7=21$. A soma das faces visíveis é então igual a $6 \times 21 = 126$ – (a soma das faces escondidas). Logo, para que a soma das faces visíveis seja máxima, devemos posicionar os cubos de modo que a soma dos números das faces escondidas seja mínima. Vamos minimizar essa soma considerando um cubo de cada vez, de acordo com a numeração da figura ao lado.



- **Cubo 1:** há apenas uma face escondida, que deve ser a de número 1.
 - **Cubos 2 e 4:** em cada um há três faces escondidas. Dessas faces, duas são opostas e somam 7; a terceira face deve ser a de número 1. A soma dessas faces é $2 \times (1+7) = 16$.
 - **Cubos 3 e 6:** em cada um há duas faces vizinhas escondidas, que devem ser as de número 1 e 2 (como esses números não somam 7, as faces correspondentes não são opostas, logo são adjacentes). Essas faces somam $2 \times (1+2) = 6$.
 - **Cubo 5:** há dois pares de faces opostas escondidas, que somam 14.
- Logo, a soma máxima possível é $126 - (1+16+6+14) = 126 - 37 = 89$.

QUESTÃO 17

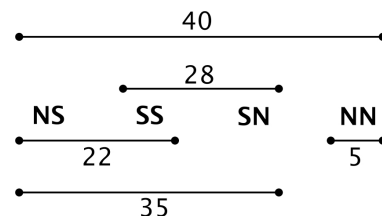
ALTERNATIVA D

Os 40 alunos da sala podem ser divididos em quatro grupos disjuntos:

- SS: responderam *sim* às duas perguntas;
- SN: responderam *sim* à primeira pergunta e *não* à segunda;
- NS: responderam *sim* à primeira pergunta e *não* à segunda;
- NN: responderam *não* às duas perguntas.

Na figura ao lado, representamos esquematicamente as informações do enunciado:

- os grupos, juntos, formam a turma, que tem 40 alunos;
- SS e SN, juntos, têm 28 alunos;
- NS e SS, juntos, têm 22 alunos;
- NN tem 5 alunos.



Como NN tem 5 alunos, os grupos NS, SS e SN têm, juntos, $40 - 5 = 35$ alunos. O diagrama mostra que, se somarmos o número de alunos dos grupos NS e SN com duas vezes o número de alunos do grupo SS, o total será $22 + 28 = 50$. Como o número total de alunos desses três grupos é 35, segue que o número de alunos do grupo SS é $50 - 35 = 15$.

QUESTÃO 18

ALTERNATIVA E

Comprei 18 livros; cada um custou R\$ ~~4~~93 e o total foi R\$ ~~3~~2,7

O enunciado pode ser expresso, em centavos, na forma $AB93 \times 18 = 3C27D$, onde A , B , C e D representam os algarismos que foram apagados. O algarismo D é o algarismo das unidades de $3 \times 8 = 24$, ou seja, é 4; o resultado da multiplicação é então $3C274$. Observamos que o resultado, por ser múltiplo de 18, também é múltiplo de 9; logo, a soma de seus algarismos deve ser também um múltiplo de 9. Como $3 + 2 + 7 + 4 = 16$, o único valor possível para C é 2, ou seja, o resultado é 32274. Como $32274 \div 18 = 1793$, concluímos que A corresponde a 1 e B corresponde a 7. A soma dos algarismos apagados é então $1 + 7 + 2 + 4 = 14$.

QUESTÃO 19

ALTERNATIVA B

Na tabela abaixo mostramos como analisar as informações do enunciado. Na primeira linha, supomos que Bernardo disse a verdade; na segunda, que Guto disse a verdade e na terceira, que Carlos disse a verdade.

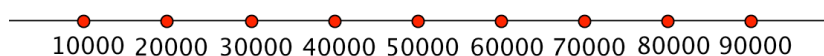
	Guto Não foi o meu	logo	Carlos Foi o meu	logo	Bernardo Não foi o de Guto	logo
1	mentiu	O celular de Guto tocou	mentiu	O celular de Carlos não tocou	disse a verdade	O celular de Guto não tocou
2	disse a verdade	O celular de Guto não tocou	mentiu	O celular de Carlos não tocou	mentiu	O celular de Guto tocou
3	mentiu	O celular de Guto tocou	disse a verdade	O celular de Carlos tocou	mentiu	O celular de Guto tocou

Nas duas primeiras linhas, chega-se à conclusão de que o celular de Guto tanto tocou quanto não tocou (em vermelho). Essa contradição mostra que o único caso possível é o da terceira linha, ou seja, Carlos disse a verdade e os celulares de Guto e Carlos tocaram.

QUESTÃO 20 ALTERNATIVA C

Para que a diferença seja mínima, os algarismos das dezenas de milhares devem ser consecutivos. Além disso, o número formado pelos quatro últimos algarismos do maior número deve ser o menor possível, enquanto o formado pelos quatro últimos algarismos do menor deve ser o maior possível. Com quatro algarismos distintos, o maior número que podemos formar é 9876 e o menor é 0123 (note que aqui podemos usar o 0, pois não estamos trabalhando com a primeira posição à esquerda). Assim, os algarismos consecutivos a serem usados para as dezenas de milhares são 4 e 5. Os dois números são, portanto, 50123 e 49876, cuja diferença é $50123 - 49876 = 247$.

Podemos enxergar o argumento acima na reta numérica, da seguinte maneira. A figura a seguir mostra os pontos (em vermelho) que correspondem a dezenas de milhares.



Observamos que se dois números quaisquer (em preto na figura abaixo) correspondem a números cujos algarismos na casa das dezenas de milhares não são consecutivos, sua diferença é maior que 10000.



Como é possível escrever dois números de cinco algarismos usando todos os algarismos de 0 a 9 cuja diferença é menor que 10000 (por exemplo, $40926 - 35781 = 5145$), segue que os dois desses números cuja diferença é mínima devem ter algarismos das dezenas de unidade consecutivos. Uma vez escolhidos esses dois algarismos, a figura abaixo mostra como devemos posicionar os números (em preto) na reta.



Finalmente, observamos que a escolha de 4 e 5 para a casa das dezenas de unidade de nossos números permite escolher, para os milhares do menor número, o maior número possível (9876) e, para os milhares do maior número, o menor número possível (0123). Logo nossos números são 49876 e 50123, cuja diferença é $50123 - 49876 = 247$.