



1. Uma calculadora diferente tem apenas as teclas numéricas de 0 a 9 e duas teclas especiais **A** e **B**. Quando a tecla **A** é apertada, o número que aparece no visor é elevado ao quadrado; quando a tecla **B** é apertada, soma-se 3 ao número que aparece no visor. Nessa calculadora é possível obter 22 a partir do 1 apertando as teclas **A** e **B** na ordem **BABB**, como ilustrado abaixo:

$$1 \xrightarrow{B} 4 \xrightarrow{A} 16 \xrightarrow{B} 19 \xrightarrow{B} 22$$



a) Com o 3 no visor, qual é o número que vai aparecer apertando as teclas **A** e **B** na ordem **BBAB**?

Correção Regional

Correção Nacional

b) Mostre como obter 55 a partir do 1 usando as teclas **A** e **B**.

Correção Regional

Correção Nacional

c) Explique por que não é possível obter 54 a partir do 2 usando as teclas **A** e **B**.

Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

2. Gabriel desenha quadrados divididos em nove casas e escreve os números naturais de 1 a 9, um em cada casa. Em seguida, ele calcula a soma dos números de cada linha e de cada coluna. A figura mostra um dos quadrados do Gabriel; observe que a soma dos números da terceira linha é  $5 + 8 + 2 = 15$  e a soma dos números da segunda coluna é  $9 + 7 + 8 = 24$ . Nesse exemplo, as seis somas são 6, 12, 15, 15, 18 e 24.

6	9	3	18
4	7	1	12
5	8	2	15
			15 24 6

a) Gabriel preencheu um quadrado e fez apenas cinco somas: 9, 13, 14, 17 e 18. Qual é a soma que está faltando?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Explique por que não é possível que, em um quadrado do Gabriel, todas as somas sejam números pares.

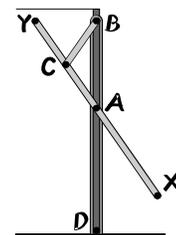
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Preencha o quadrado de modo que as somas sejam 7, 13, 14, 16, 18 e 22.

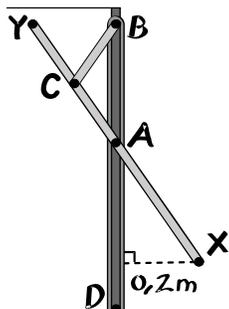

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional
-------	-------------------	-------------------

3. A figura ilustra o funcionamento de uma porta de garagem, representada pelo segmento  $XY$ . Ao mover o ponto  $X$ , o ponto  $A$  desliza por um trilho vertical, representado pelo segmento  $BD$ . Algumas das medidas na figura são  $AC = BC = CY = 0,5$  m e  $AX = 1$  m.



a) Na figura abaixo, o ponto  $X$  está a  $0,2$  m do trilho  $BD$ . Qual é a distância de  $C$  ao trilho?

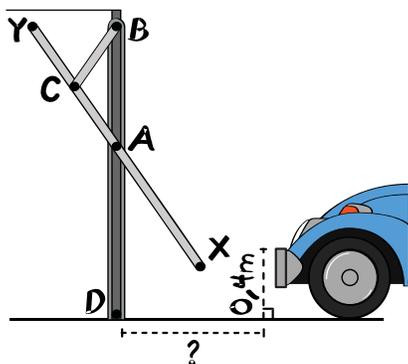


Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Mostre que a altura do ponto  $Y$  com relação ao chão não se altera com o movimento da porta.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Se o para-choque de um carro tem altura de  $0,4$  m, como na figura, qual deve ser a distância mínima entre o trilho e o para-choque para que ele não seja atingido ao abrir a porta?

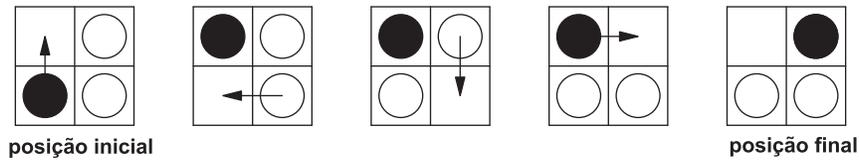


Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

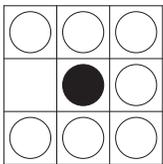
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

4. No jogo *Arrasta Um* usa-se um tabuleiro quadriculado e peças redondas, uma preta e as outras brancas. Coloca-se uma peça em cada casa do tabuleiro, exceto em uma que é deixada vazia. Um *movimento* consiste em deslocar para a casa vazia a peça de uma casa adjacente. O jogo termina quando a peça preta chega ao canto superior direito do tabuleiro. Veja um exemplo de como terminar o *Arrasta Um* em quatro movimentos em um tabuleiro  $2 \times 2$ .



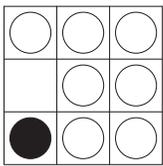
Esta sequência de movimentos pode ser descrita por  $(\uparrow, \leftarrow, \downarrow, \rightarrow)$ .

a) Descreva como terminar o *Arrasta Um* em seis movimentos no tabuleiro  $3 \times 3$  abaixo.



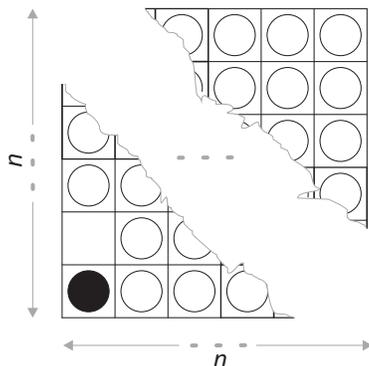
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Descreva como terminar o *Arrasta Um* em dez movimentos no tabuleiro  $3 \times 3$  abaixo.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Mostre que em um tabuleiro  $n \times n$ , como na figura, é possível terminar o *Arrasta Um* em  $6n - 8$  movimentos.



	Correção Regional	Correção Nacional
TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

5. André, Bianca, Carlos e Dalva querem sortear um livro entre eles. Para isso, colocaram três bolas brancas e uma preta em uma caixa e combinaram que, em ordem alfabética de seus nomes, cada um tiraria uma bola, sem devolvê-la à caixa. Aquele que tirasse a bola preta ganharia o livro.



a) Qual é a probabilidade de André ganhar o livro?

Correção Regional

Correção Nacional

b) Qual é a probabilidade de Dalva ganhar o livro?

Correção Regional

Correção Nacional

Para sortear outro livro, André sugeriu usar duas bolas pretas e seis brancas. Como antes, o primeiro que tirasse uma bola preta ganharia o livro; se as primeiras quatro bolas fossem brancas, eles continuariam a retirar bolas, na mesma ordem. Nesse novo sorteio:

c) Qual é a probabilidade de André ganhar o livro?

Correção Regional

Correção Nacional

d) Qual é a probabilidade de Dalva ganhar o livro?

Correção Regional

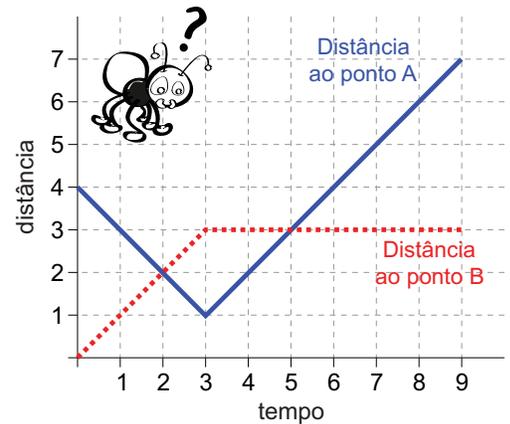
Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

6. Uma formiguinha fez um passeio em um plano que contém dois pontos fixos **A** e **B**. O gráfico em linha cheia representa a distância da formiga ao ponto **A**, em função do tempo, entre os instantes  $t=0$  e  $t=9$ ; o gráfico em linha tracejada dá a mesma informação com relação ao ponto **B**. Por exemplo, no instante  $t=7$  a distância da formiga ao ponto **A** era 5 e ao ponto **B** era 3.



a) Em que instantes a formiguinha se encontrava à mesma distância de **A** e de **B**?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Qual é a distância entre **A** e **B**?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Entre que instantes a formiguinha estava sobre a reta que passa por **A** e **B**?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Qual foi o comprimento do trajeto percorrido pela formiguinha entre os instantes  $t=0$  e  $t=9$ ?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

R A S C U N H O

Operacionalização:

 Fundação Carlos Chagas