

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

**Nível**  
8º e 9º anos do Ensino Fundamental  
2ª FASE – 15 de setembro de 2012 **2**

Nome completo do aluno

Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)

Complemento

Bairro

Cidade

UF

CEP

Endereço eletrônico (email)

DDD

Telefone

Assinatura

DDD

Telefone (outro)

*Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e sua alegria em estudar Matemática.*

*Um abraço da Equipe da OBMEP!*

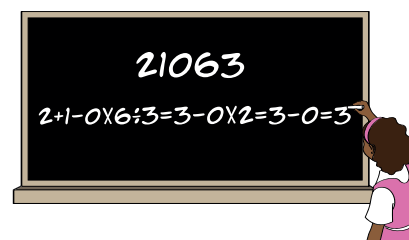
Preencha  
e confira  
os dados  
acima com  
muita atenção!

#### INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
10. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
11. Não escreva nos espaços sombreados.

	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional	Correção Regional
	1	2	3	4	5	6	Total
Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional	Correção Nacional

1. Mônica listou todos os números naturais de cinco algarismos que não terminam com 0. Em cada um deles, ela colocou os sinais de +, −, ×, e ÷ entre os algarismos, nesta ordem, e calculou o valor da expressão obtida. Por exemplo, a partir do número 26384 ela obteve  $2 + 6 - 3 \times 8 \div 4 = 2$  e com o número 15765 ela obteve  $1 + 5 - 7 \times 6 \div 5 = -2,4$ .



Para calcular o valor de uma expressão numérica, primeiro efetua-se  $\times$  ou  $\div$ , e depois  $+$  ou  $-$ .

a) Qual foi o resultado obtido a partir do número 92653 ?

Correção Regional

Correção Nacional

b) Qual foi o maior resultado obtido por Mônica?

Correção Regional

Correção Nacional

c) A partir de qual número Mônica obteve o menor resultado? Qual foi esse resultado?

Correção Regional

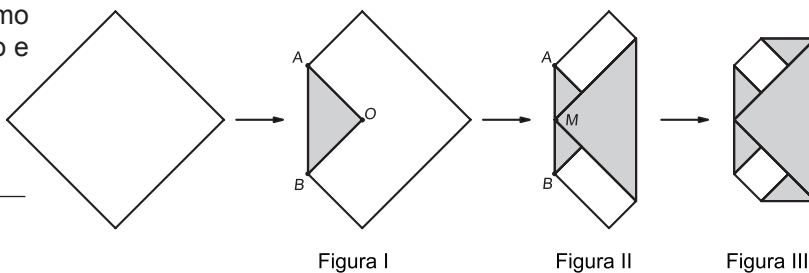
Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

2. Uma folha de papel quadrada de área  $16 \text{ cm}^2$ , branca de um lado e cinza de outro, foi dobrada como indicado ao lado. O ponto  $O$  é o centro do quadrado e  $M$  é o ponto médio do segmento  $AB$ .



a) Qual é a área da região branca na Figura I?

Correção Regional	Correção Nacional

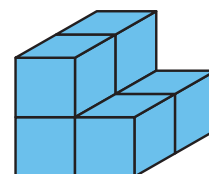
b) Qual é a área da região branca na Figura II?

Correção Regional	Correção Nacional

c) Qual é a área da região branca na Figura III?

TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional

3. Cláudia gosta de montar sólidos colando cubinhos de aresta 1 cm. Ela sempre usa um pingo de cola entre duas faces de cubinhos que ficam em contato; por exemplo, para montar o sólido ao lado ela usou 7 pingos de cola.



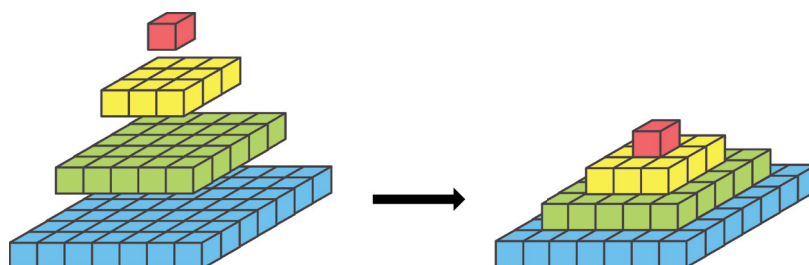
a) Quantos pingos ela vai usar para montar um cubo de aresta 2 cm?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Quantos pingos ela vai usar para montar um cubo de aresta 3 cm?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Cláudia montou o sólido ao lado, com quatro camadas de cubinhos. Quantos pingos de cola ela usou?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

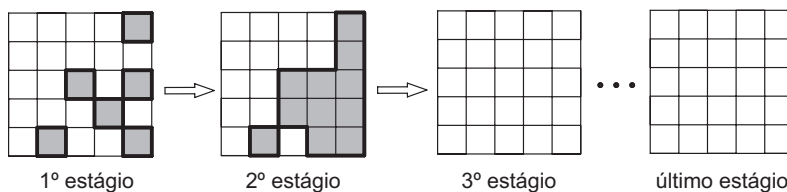
TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

4. Uma contaminação em um tabuleiro  $5 \times 5$ , formado por quadrados de 1 cm de lado, propaga-se em estágios de acordo com as seguintes regras:

- quadrados contaminados, indicados em cinza, permanecem contaminados no estágio seguinte;
- um quadrado não contaminado, indicado em branco, torna-se contaminado no estágio seguinte quando tem pelo menos dois lados comuns com quadrados contaminados; caso contrário, permanece não contaminado;
- a contaminação acaba quando não é possível contaminar novos quadrados.

a) Complete a figura abaixo, desenhando o terceiro e o último estágios da contaminação nos respectivos tabuleiros.



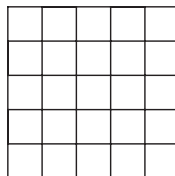
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

O *perímetro de contaminação* de um estágio é a medida do contorno da área contaminada. Por exemplo, os perímetros de contaminação do primeiro e do segundo estágios da contaminação ilustrada são 24 cm e 20 cm, respectivamente, como mostram as linhas em destaque na figura do item a.

b) Escreva os perímetros de contaminação do terceiro e do último estágios da contaminação do item a.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Desenhe um estágio com apenas 5 quadrados contaminados tal que, ao final da contaminação, todo o tabuleiro fique contaminado.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Explique por que o perímetro de contaminação nunca aumenta de um estágio para o seguinte.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

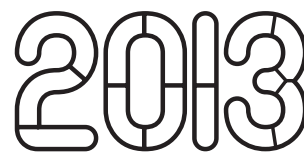
e) Explique por que não é possível contaminar todo o tabuleiro a partir de um estágio com menos de 5 quadrados contaminados.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

5. Juca quer pintar os algarismos do número 2013, como na figura ao lado, de modo que cada região seja pintada com uma das cores branca, cinza ou preta e que regiões vizinhas tenham cores diferentes.



a) Observe que Juca pode pintar o algarismo 2 de  $3 \times 2 \times 2$  maneiras diferentes. De quantas maneiras diferentes ele pode pintar o algarismo 1?

Correção  
Regional

Correção  
Nacional



b) De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 3?

Correção  
Regional

Correção  
Nacional

c) De quantas maneiras diferentes Juca pode pintar o algarismo 0?

Correção  
Regional

Correção  
Nacional

d) Escreva uma expressão numérica que permita calcular de quantas maneiras Juca pode pintar o número 2013.

Correção  
Regional

Correção  
Nacional

TOTAL

Correção  
Regional

Correção  
Nacional

**6.** A professora de Matemática organizou a seguinte brincadeira em sala de aula: colocou os alunos em fila e pediu para o primeiro falar três números inteiros e positivos. A seguir, pediu para o segundo aluno somar dois a dois os números falados pelo primeiro aluno e falar os três resultados em voz alta. A brincadeira prosseguiu com cada aluno falando as somas, dois a dois, dos três números falados pelo aluno anterior.

a) Se os números falados pelo primeiro aluno da fila foram 2, 5 e 6, quais foram os números falados pelo terceiro aluno?

Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

b) Em outra vez que fizeram a brincadeira, os números falados pelo terceiro aluno da fila foram 13, 14 e 21. Quais foram os números falados pelo primeiro aluno?

Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

c) Ao fazerem a brincadeira mais uma vez, dois dos números falados pelo quarto aluno foram 48 e 61. Qual foi o terceiro número que ele falou?

	Correção Regional	Correção Nacional
<b>TOTAL</b>	Correção Regional	Correção Nacional

RASCUNHO

Operacionalização: