

Cole aqui a etiqueta com os dados do aluno.

**Nível**  
8º e 9º anos do Ensino Fundamental  
2ª FASE – 5 de novembro de 2011 **2**

<b>Nome completo do aluno</b>						
<input type="text"/>						
<b>Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)</b>						
<input type="text"/>						
<b>Complemento</b>				<b>Bairro</b>		
<input type="text"/>				<input type="text"/>		
<b>Cidade</b>					<b>UF</b>	<b>CEP</b>
<input type="text"/>					<input type="text"/>	<input type="text"/>
<b>Endereço eletrônico (email)</b>					<b>DDD</b>	<b>Telefone</b>
<input type="text"/>					<input type="text"/>	<input type="text"/>
<b>Assinatura</b>					<b>DDD</b>	<b>Telefone (outro)</b>
<input type="text"/>					<input type="text"/>	<input type="text"/>

*Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e sua alegria em estudar Matemática.*

*Um abraço da Equipe da OBMEP!*

Preencha e confira os dados acima com muita atenção!

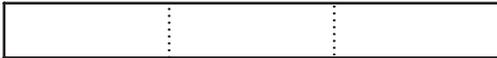
#### INSTRUÇÕES

1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao fiscal imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. A solução de cada questão deve ser escrita na página reservada para ela, de maneira organizada e legível. Evite escrever as soluções na folha de rascunho.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
10. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
11. Não escreva nos espaços sombreados.

	1	2	3	4	5	6	Total
<b>Correção Regional</b>	Correção Regional						
	1	2	3	4	5	6	Total
<b>Correção Nacional</b>	Correção Nacional						

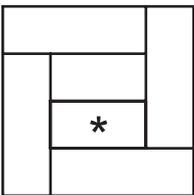
1. Sara recortou três tiras retangulares diferentes de papel.

a) Ela recortou a primeira tira em três retângulos iguais, como na figura abaixo. Com esses retângulos, formou um quadrado de  $36 \text{ cm}^2$  de área. Encontre as medidas dos lados dos retângulos que ela recortou.



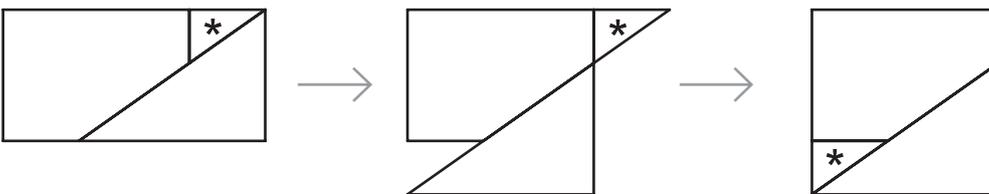
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Ela recortou a segunda tira em seis retângulos de mesma largura e com eles formou um quadrado de  $36 \text{ cm}^2$  de área, como na figura. Encontre o perímetro e a área do retângulo indicado com \*.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) As medidas da terceira tira eram  $4,5 \text{ cm}$  e  $2 \text{ cm}$ . Sara recortou essa tira em três pedaços e com eles formou um quadrado, como na figura. Qual é a área do triângulo indicado com \*?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

2. Otávio mostrou para Gabriela um truque com três dados, cujas faces estão numeradas de 1 a 6. Ele fica de costas, pede a ela que jogue um dado de cada vez e que, em seguida:

- dobre o número obtido no primeiro dado, some 3 e multiplique por 5;
- some ao resultado encontrado o número obtido no segundo dado e multiplique por 10;
- some ao último resultado o número obtido no terceiro dado;
- anuncie o resultado final.



Otávio então dirá, em ordem, quais foram os números obtidos nos dados.

a) Se Gabriela obtiver os números 4, 6 e 1, nessa ordem, qual resultado ela anunciará?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Se Gabriela anunciar o resultado 273, o que Otávio vai dizer?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Explique por que Gabriela não pode anunciar o resultado 432.

	Correção Regional	Correção Nacional
<b>TOTAL</b>	Correção Regional	Correção Nacional

3. O *múltiplo irado* de um número natural é o menor múltiplo do número formado apenas pelos algarismos 0 e 1. Por exemplo, o múltiplo irado de 2, bem como de 5, é 10; já o múltiplo irado de 3 é 111 e o de 110 é ele mesmo.

*Um número natural é divisível por 3 se e somente se a soma de seus algarismos é divisível por 3; e é divisível por 9 se e somente se a soma de seus algarismos é divisível por 9.*

a) Qual é o múltiplo irado de 20?

Correção Regional

Correção Nacional

b) Qual é o múltiplo irado de 9?

Correção Regional

Correção Nacional

c) Qual é o múltiplo irado de 45?

Correção Regional

Correção Nacional

d) Qual é o menor número natural cujo múltiplo irado é 1110?

Correção Regional

Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

4. Começando com qualquer número natural não nulo é sempre possível formar uma sequência de números que termina em 1, seguindo repetidamente as instruções abaixo:

- se o número for ímpar, soma-se 1;
- se o número for par, divide-se por 2.

Por exemplo, começando com o número 21, forma-se a seguinte sequência:

$$21 \rightarrow 22 \rightarrow 11 \rightarrow 12 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

Nessa sequência aparecem nove números; por isso, dizemos que ela tem *comprimento* 9. Além disso, como ela começa com um número ímpar, dizemos que ela é uma *sequência ímpar*.

a) Escreva a sequência que começa com 37.

Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

b) Existem três sequências de comprimento 5, sendo duas pares e uma ímpar. Escreva essas sequências.

Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

c) Quantas são as sequências pares e quantas são as sequências ímpares de comprimento 6? E de comprimento 7?

Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

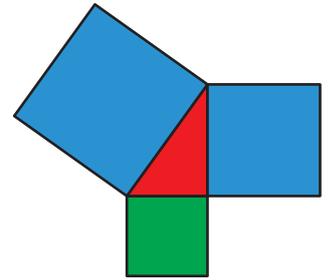
d) Existem ao todo 377 sequências de comprimento 15, sendo 233 pares e 144 ímpares. Quantas são as sequências de comprimento 16? Dessas, quantas são pares? Não se esqueça de justificar sua resposta.

Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

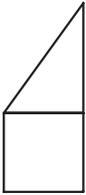
TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
----------------------	----------------------

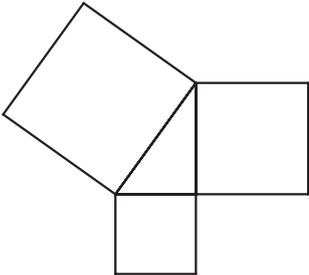
5. João vai pintar figuras compostas por quadrados e triângulos. Cada quadrado pode ser pintado de azul, vermelho ou verde e cada triângulo de azul, vermelho ou amarelo, de modo que polígonos com um lado comum não tenham a mesma cor. Em cada um dos itens abaixo, determine de quantas maneiras João pode pintar a figura correspondente.



a)



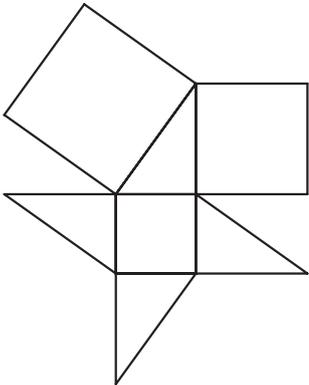
b)



Correção Regional

Correção Nacional

c)

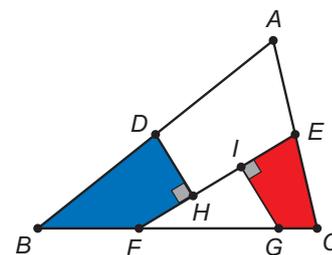


Correção Regional

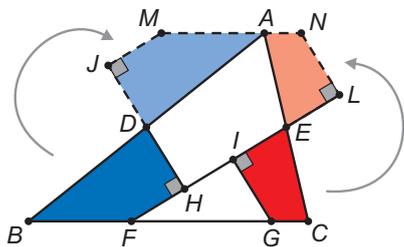
Correção Nacional

	Correção Regional	Correção Nacional
<b>TOTAL</b>	Correção Regional	Correção Nacional

6. Em todas as figuras desta questão, vemos um triângulo  $ABC$  dividido em quatro partes; nesses triângulos,  $D$  é ponto médio de  $AB$ ,  $E$  é ponto médio de  $AC$  e  $FG$  mede  $\frac{1}{2}BC$ .

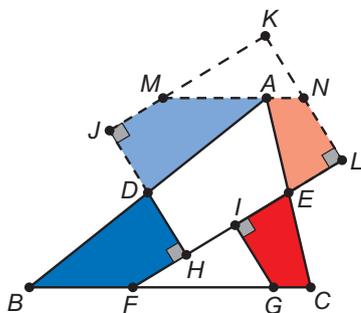


a) Os quadriláteros  $DJMA$  e  $ELNA$  são obtidos girando de  $180^\circ$  os quadriláteros  $DHFB$  e  $EIGC$  em torno de  $D$  e  $E$ , respectivamente. Explique por que os pontos  $M$ ,  $A$  e  $N$  estão alinhados, ou seja, por que a medida do ângulo  $M\hat{A}N$  é igual a  $180^\circ$ .



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Na figura, o ponto  $K$  é a interseção das retas  $JM$  e  $LN$ . Explique por que os triângulos  $FGI$  e  $MNK$  são congruentes.



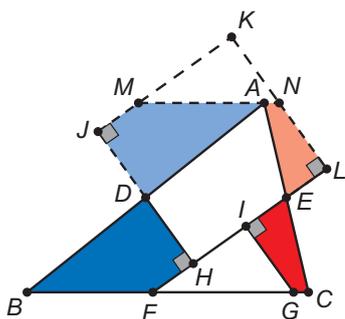
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

Os itens acima mostram que  $HJKL$  é um retângulo formado com as quatro partes em que o triângulo  $ABC$  foi dividido.

c) Mostre que  $LH = EF$ .

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Na figura o triângulo  $ABC$  tem área 9 e  $HJKL$  é um quadrado. Calcule o comprimento de  $EF$ .



TOTAL	Correção Regional	Correção Nacional
	Correção Regional	Correção Nacional

RASCUNHO

Operacionalização:

 Fundação Carlos Chagas