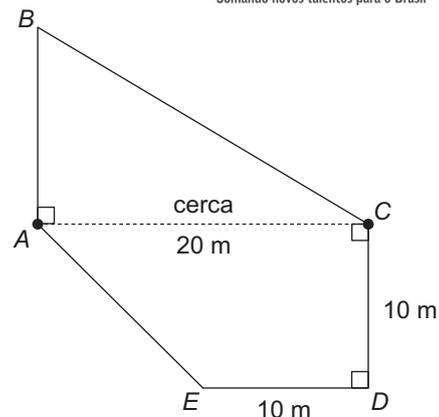


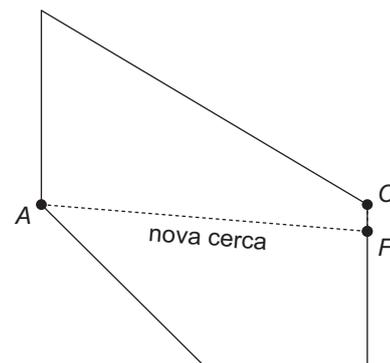
(1) A figura ao lado representa o terreno de Sinhá Vitória. Esse terreno é dividido em duas partes por uma cerca, representada pelo segmento AC . A parte triangular ABC tem área igual a 120 m^2 .

a) Qual é a área total do terreno?



--	--

(b) Sinhá Vitória quer fazer uma nova cerca, representada pelo segmento AF na figura, de modo a dividir o terreno em duas partes de mesma área. Qual deve ser a distância CF ?

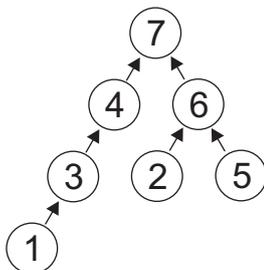


--	--

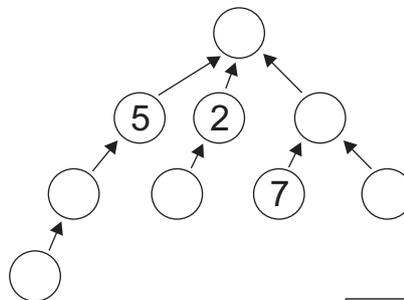
TOTAL

--	--

(2) Os círculos da figura abaixo foram preenchidos com os números de 1 a 7, de modo que todas as flechas apontam de um número menor para um maior. Neste caso, dizemos que a figura foi *bem preenchida*.

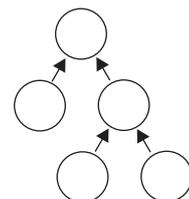


(a) Complete a figura abaixo com os números de 1 a 9 de modo que ela fique bem preenchida.



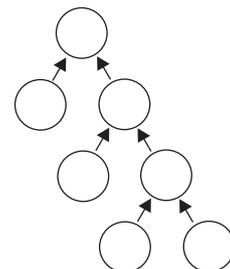
--	--

(b) De quantas maneiras a figura ao lado pode ser bem preenchida com os números de 1 a 5?



--	--

(c) De quantas maneiras a figura ao lado pode ser bem preenchida com os números de 1 a 7?



--	--

TOTAL

--	--

(3) Para qualquer número **positivo** x , dizemos que os números $x + 1$ e $\frac{x}{x+1}$ são

filhos de x e que os dois são irmãos. Por exemplo, $\frac{3}{2}$ e $\frac{1}{3}$ são irmãos, pois são filhos

de $\frac{1}{2}$; de fato, $\frac{3}{2} = \frac{1}{2} + 1$ e $\frac{1}{3} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + 1}$.



(a) Encontre um irmão de $\frac{5}{7}$.

--	--

(b) Um número pode ser filho de dois números positivos diferentes? Por quê?

--	--

(c) Mostre que $\frac{1}{2008}$ é descendente de 1, isto é, ele é filho de um filho de um filho ... de um filho de 1.

--	--

TOTAL

--	--

(4) Um conjunto de inteiros consecutivos é *equilibrado* se ele pode ser dividido em dois subconjuntos com o mesmo número de elementos, de modo que:

- 1) os dois subconjuntos não tenham elementos em comum;
- 2) a soma dos elementos de um dos subconjuntos seja igual à soma dos elementos do outro;
- 3) a soma dos quadrados dos elementos de um dos subconjuntos seja igual à soma dos quadrados dos elementos do outro.

Por exemplo, o conjunto $\{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$ é equilibrado, pois podemos dividi-lo nos subconjuntos $\{7, 10, 12, 13\}$ e $\{8, 9, 11, 14\}$, e

$$7 + 10 + 12 + 13 = 8 + 9 + 11 + 14$$

$$7^2 + 10^2 + 12^2 + 13^2 = 8^2 + 9^2 + 11^2 + 14^2.$$

(a) Verifique que o conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ é equilibrado.

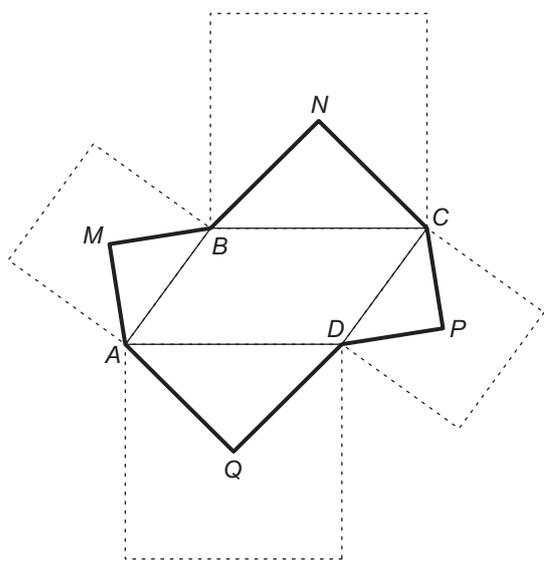
--	--

(b) Mostre que qualquer conjunto de oito inteiros consecutivos é equilibrado.

--	--

(c) Mostre que nenhum conjunto de quatro inteiros consecutivos é equilibrado.

TOTAL



(5) Na figura, $ABCD$ é um paralelogramo de área 20 cm^2 e lados medindo 4 cm e 6 cm . Os pontos M, N, P e Q são os centros dos quadrados construídos sobre os lados do paralelogramo.

(a) Calcule a área do polígono $AMBNCPDQ$.

--	--

(b) Mostre que os ângulos $M\hat{A}Q$ e $M\hat{B}N$ têm a mesma medida.

--	--

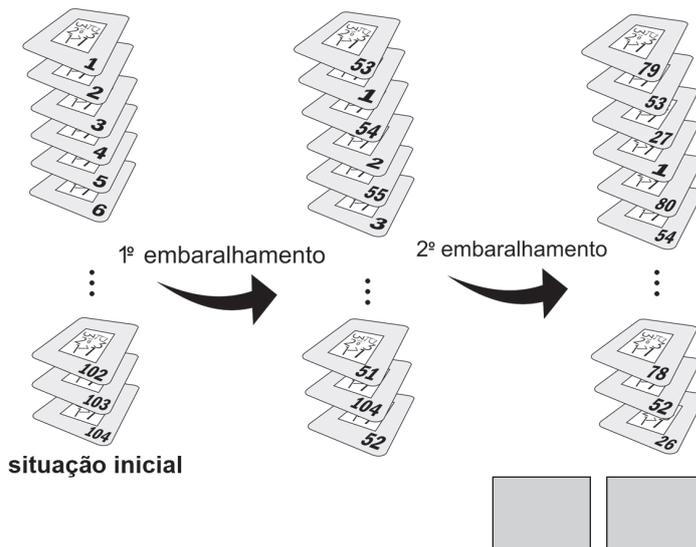
(c) Mostre que $MNPQ$ é um quadrado e calcule sua área.

--	--

TOTAL

--	--

(6) Considere uma pilha de cartas numeradas de 1 a 104. Um *embaralhamento* dessa pilha consiste em intercalar as 52 cartas de cima com as 52 de baixo, de modo que a carta que estava no topo fique em segundo lugar de cima para baixo. A figura mostra dois embaralhamentos seguidos a partir da situação inicial, na qual as cartas estão dispostas em ordem crescente de cima para baixo.



(a) Complete a tabela.

número de embaralhamentos a partir da situação inicial	1	2	3	4	5	6
posição da carta de número 5 a partir do topo da pilha	10ª					

(b) Partindo da situação inicial, qual será a posição da carta de número n após um embaralhamento?

--	--

(c) Partindo da situação inicial, ache duas cartas que trocam de lugar uma com a outra a cada embaralhamento.

--	--

(d) Um grupo de três cartas que trocam de lugar entre si a cada embaralhamento é chamado *trio invariante*. Partindo da situação inicial, encontre todos os trios invariantes.

TOTAL	

RASCUNHO