

8ª OLIMPIÁDA BRASILEIRA
DE MATEMÁTICA
DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2012

Somando novos talentos para o Brasil

Nível
6º e 7º anos do Ensino Fundamental **1**
2ª FASE – 15 de setembro de 2012

Nome completo do aluno																								
Endereço completo do aluno (Rua, Av., nº)																								
Complemento												Bairro												
Cidade															UF		CEP							
Endereço eletrônico (email)															DDD		Telefone							
Assinatura															DDD		Telefone (outro)							

Parabéns pelo seu desempenho na 1ª Fase da OBMEP. É com grande satisfação que contamos agora com sua participação na 2ª Fase. Desejamos que você faça uma boa prova e que ela seja um estímulo para aumentar seu gosto e sua alegria em estudar Matemática.

Um abraço da Equipe da OBMEP!

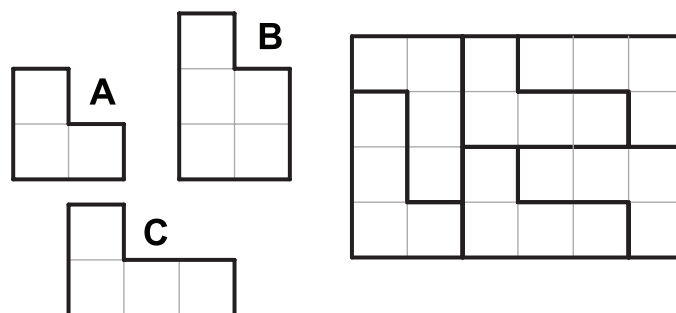
Preencha
e confira
os dados
acima com
muita atenção!

INSTRUÇÕES

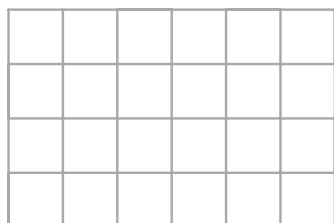
1. Verifique se os dados da etiqueta desta prova estão corretos. Caso as informações não estejam corretas, comunique o erro ao aplicador imediatamente.
2. Preencha cuidadosamente todos os seus dados no quadro acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
3. Lembre-se de assinar o quadro acima e a lista de presença.
4. A prova pode ser feita a lápis ou a caneta.
5. A duração da prova é de 3 horas. Você só poderá deixar a sala de prova 45 minutos após o início da prova. Ao terminar a prova, entregue-a ao aplicador.
6. Não é permitido o uso de qualquer tipo de material de consulta, como livros, apostilas, cadernos, etc.
7. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
8. Respostas sem justificativas não serão consideradas na correção.
9. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou qualquer fonte de consulta.
10. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
11. Não escreva nos espaços sombreados.

[illegible]

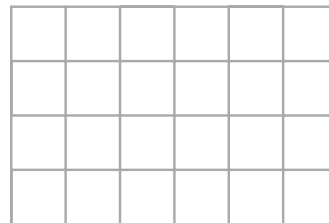
1. Pedro brinca com um tabuleiro quadriculado 4×6 e com peças dos tipos A, B e C. Ele tenta cobrir inteiramente o tabuleiro com as peças, encaixando-as sem que nenhuma fique sobre outra. Por exemplo, usando somente peças do tipo C, ele consegue cobrir o tabuleiro, como indicado na figura.



a) Mostre como Pedro pode cobrir o tabuleiro usando somente peças do tipo A.



Faça seu rascunho aqui

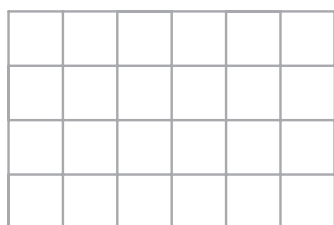


Coloque sua resposta aqui

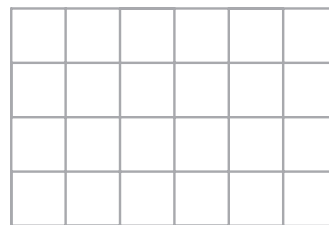
Correção
Regional

Correção
Nacional

b) Mostre como Pedro pode cobrir o tabuleiro com peças dos tipos A e B, usando uma ou mais peças do tipo B.



Faça seu rascunho aqui



Coloque sua resposta aqui

Correção
Regional

Correção
Nacional

c) Explique por que não é possível cobrir o tabuleiro usando somente peças do tipo B.

Correção
Regional

Correção
Nacional

TOTAL

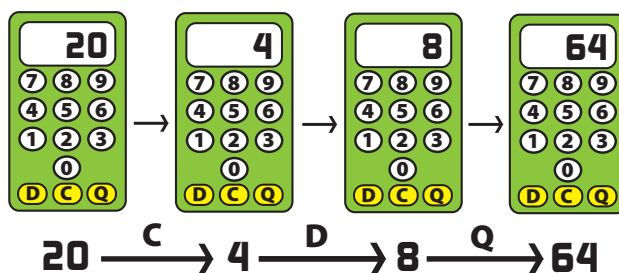
Correção
Regional

Correção
Nacional

2. A calculadora de Raquel é um pouco diferente. Além das 10 teclas numéricas de 0 a 9, ela só tem três teclas de operações:

- a tecla Q, que multiplica o número do visor por ele mesmo;
- a tecla D, que multiplica o número do visor por 2;
- a tecla C, que divide o número do visor por 5.

Raquel se diverte colocando um número inteiro no visor e produzindo novos números usando apenas as teclas de operações. Por exemplo, começando com o número 20 e usando a sequência de teclas CDQ, Raquel obteve o número 64, como se pode ver na figura.



a) Raquel começou com 15 e obteve 18 apertando três teclas de operações. Qual foi a sequência de teclas que ela usou?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Usando a sequência de teclas DCQC, Raquel obteve o número 7,2. Com qual número ela começou?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

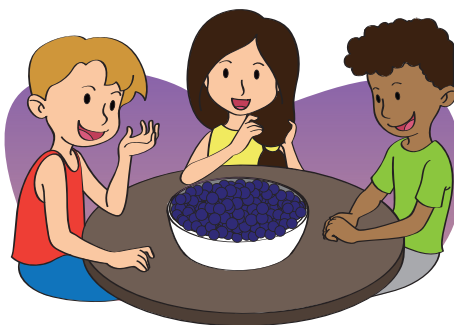
c) Apresente uma maneira de Raquel obter o número 0,08 em sua calculadora, indicando o número inicial e a sequência de teclas de operações.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

3. Alberto, Beatriz, Carlos, Dulce e Eduardo ainda dormiam quando sua mãe saiu e deixou uma vasilha com jabuticabas e a instrução para que fossem divididas igualmente entre eles. Alberto acordou primeiro, pegou $\frac{1}{5}$ das jabuticabas e saiu. Beatriz acordou depois, mas pensou que era a primeira a acordar e, por este motivo, pegou $\frac{1}{5}$ das jabuticabas restantes e também saiu. Os outros três irmãos acordaram juntos, perceberam que Alberto e Beatriz já haviam saído e dividiram as jabuticabas restantes igualmente entre eles.



a) Que fração do total de jabuticabas coube a Beatriz?

Correção Regional

Correção Nacional

b) Quem ficou com a menor quantidade de jabuticabas? Quem ficou com a maior quantidade de jabuticabas?

Correção Regional

Correção Nacional

c) Ao final da divisão, nenhum dos irmãos ficou com mais do que 20 jabuticabas. Quantas jabuticabas havia na vasilha?

Correção Regional

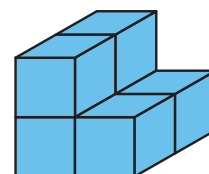
Correção Nacional

TOTAL

Correção Regional

Correção Nacional

4. Cláudia gosta de montar sólidos colando cubinhos de aresta 1 cm. Ela sempre usa um pingo de cola entre duas faces de cubinhos que ficam em contato; por exemplo, para montar o sólido ao lado ela usou 7 pingos de cola.



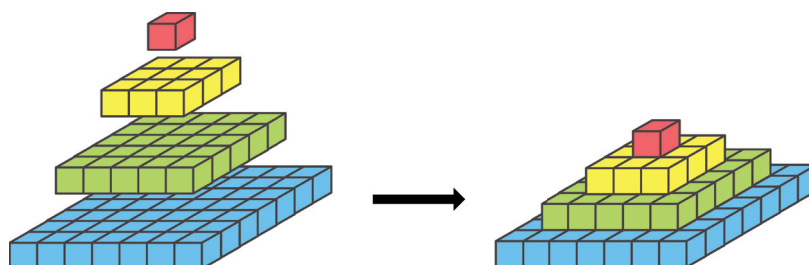
a) Quantos pingos ela vai usar para montar um cubo de aresta 2 cm?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

b) Quantos pingos ela vai usar para montar um cubo de aresta 3 cm?

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Cláudia montou o sólido ao lado, com quatro camadas de cubinhos. Quantos pingos de cola ela usou?



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

5. Vítor tem 24 cartões, sendo oito azuis, oito brancos e oito verdes. Para cada cor, ele numerou os cartões de 1 a 8.

a) De quantas maneiras Vítor pode escolher 2 cartões azuis de modo que a soma de seus números seja igual a 9?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

b) De quantas maneiras Vítor pode escolher 2 cartões de modo que a soma de seus números seja igual a 9?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

c) De quantas maneiras Vítor pode escolher 3 cartões de modo que a soma de seus números seja igual a 9?

Correção
RegionalCorreção
Nacional

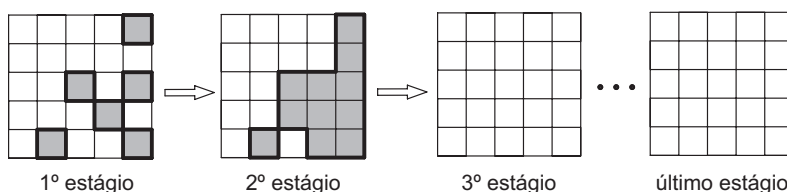
TOTAL

Correção
RegionalCorreção
Nacional

6. Uma contaminação em um tabuleiro 5×5 , formado por quadrados de 1 cm de lado, propaga-se em estágios de acordo com as seguintes regras:

- quadrados contaminados, indicados em cinza, permanecem contaminados no estágio seguinte;
- um quadrado não contaminado, indicado em branco, torna-se contaminado no estágio seguinte quando tem pelo menos dois lados comuns com quadrados contaminados; caso contrário, permanece não contaminado;
- a contaminação acaba quando não é possível contaminar novos quadrados.

a) Complete a figura abaixo, desenhando o terceiro e o último estágios da contaminação nos respectivos tabuleiros.



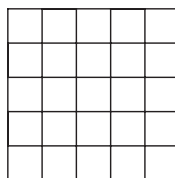
Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

O *perímetro de contaminação* de um estágio é a medida do contorno da área contaminada. Por exemplo, os perímetros de contaminação do primeiro e do segundo estágios da contaminação ilustrada são 24 cm e 20 cm, respectivamente, como mostram as linhas em destaque na figura do item a.

b) Escreva os perímetros de contaminação do terceiro e do último estágios da contaminação do item a.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

c) Desenhe um estágio com apenas 5 quadrados contaminados tal que, ao final da contaminação, todo o tabuleiro fique contaminado.



Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

d) Explique por que o perímetro de contaminação nunca aumenta de um estágio para o seguinte.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

e) Explique por que não é possível contaminar todo o tabuleiro a partir de um estágio com menos de 5 quadrados contaminados.

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

TOTAL

Correção Regional	Correção Nacional
-------------------	-------------------

R A S C U N H O