

Nome do(a) aluno(a): \_\_\_\_\_

## INSTRUÇÕES

- Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, data de nascimento, série e turno em que estuda, e não se esqueça de assiná-lo.
  - A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
  - Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
  - Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).
- Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓕ
- Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
  - Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
  - Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
  - Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

*É com grande alegria que contamos com sua participação, de seus professores e de sua escola na 4ª OBMEP. Encare as questões desta prova como quebra-cabeças interessantes e divirta-se com a busca de suas soluções.*

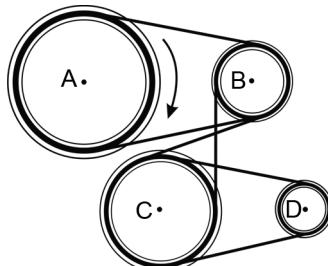
*Desejamos que você faça uma boa prova!*

**1.** Carlos poderá aposentar-se quando a soma de sua idade com o número de anos que ele trabalhou for 100. Quando Carlos fez 41 anos, ele já havia trabalhado 15 anos. Qual é a idade mínima que ele deverá ter para poder se aposentar?

- (A) 59  
(B) 60  
(C) 61  
(D) 62  
(E) 63

**2.** Os discos A, B, C e D representam polias de diâmetros 8, 4, 6 e 2 cm, respectivamente, unidas por correias que se movimentam sem deslizar. Quando o disco A dá uma volta completa no sentido horário, o que acontece com o disco D?

- (A) Dá 4 voltas no sentido horário  
(B) Dá 3 voltas no sentido horário  
(C) Dá 6 voltas no sentido anti-horário  
(D) Dá 4 voltas no sentido anti-horário  
(E) Dá 3 voltas no sentido anti-horário

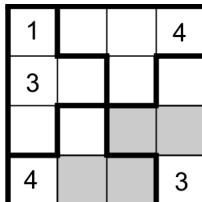


**3.** Os quadradinhos do tabuleiro da figura devem ser preenchidos de modo que:

- nos quadradinhos de cada uma das regiões em forma de apareçam os números 1, 3, 5 e 7 ou os números 2, 4, 6 e 8;
- em quadradinhos com um lado comum não apareçam números consecutivos.

Qual é a soma dos números que vão aparecer nos quadradinhos cinza?

- (A) 12  
(B) 14  
(C) 16  
(D) 18  
(E) 20

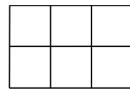


**4.** Com quadradinhos de lado 1 cm, constrói-se uma seqüência de retângulos acrescentando-se, a cada etapa, uma linha e duas colunas ao retângulo anterior. A figura mostra os três primeiros retângulos dessa seqüência. Qual é o perímetro do 100º retângulo dessa seqüência?

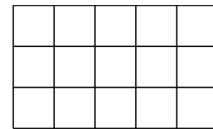
- (A) 402 cm  
(B) 472 cm  
(C) 512 cm  
(D) 598 cm  
(E) 634 cm



1º



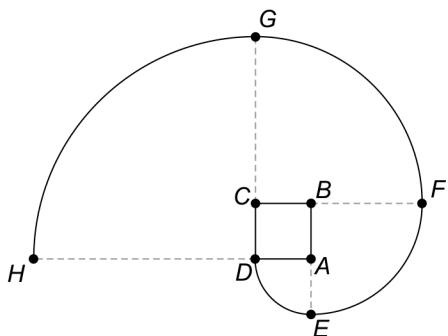
2º



3º

5. A figura mostra um quadrado  $ABCD$  de lado 1 cm e arcos de circunferência  $DE$ ,  $EF$ ,  $FG$  e  $GH$  com centros  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ , respectivamente. Qual é a soma dos comprimentos desses arcos?

- (A)  $5\pi$  cm
- (B)  $6\pi$  cm
- (C)  $7\pi$  cm
- (D)  $8\pi$  cm
- (E)  $9\pi$  cm



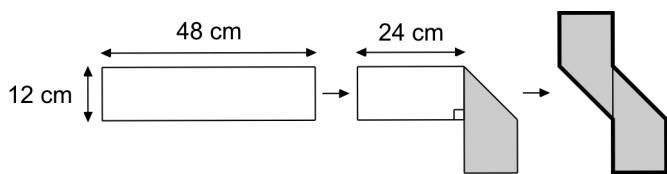
6. Ronaldo quer cercar completamente um terreno retangular de  $900 \text{ m}^2$ . Ao calcular o comprimento da cerca ele se enganou, fez os cálculos como se o terreno fosse quadrado e comprou 2 metros de cerca a menos que o necessário. Qual é a diferença entre o comprimento e a largura do terreno?

- (A) 2 m
- (B) 4 m
- (C) 7 m
- (D) 9 m
- (E) 11 m

7. Em certo ano bissexto (isto é, um ano que tem 366 dias) o número de sábados foi maior que o número de domingos. Em que dia da semana caiu o dia 20 de janeiro desse ano?

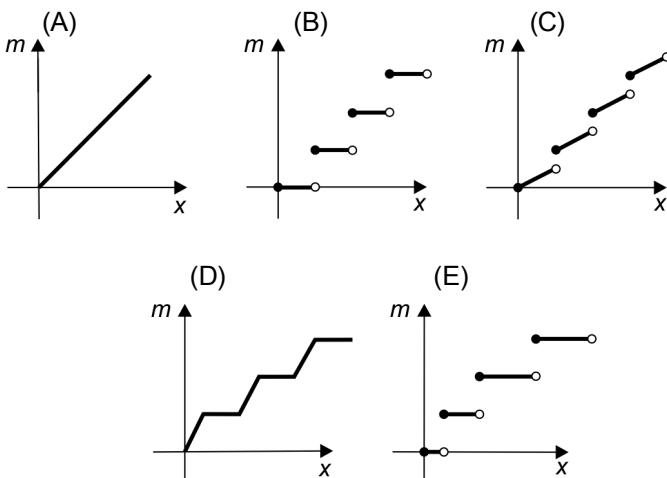
- (A) segunda-feira
- (B) terça-feira
- (C) quarta-feira
- (D) quinta-feira
- (E) sexta-feira

8. Uma tira retangular de cartolina, branca na frente e cinza atrás, foi dobrada como na figura, formando um polígono de 8 lados. Qual é o perímetro desse polígono?



- (A) 96 cm
- (B)  $24 + 4\sqrt{2}$  cm
- (C)  $60 + 12\sqrt{2}$  cm
- (D)  $72 + 18\sqrt{2}$  cm
- (E)  $72 + 24\sqrt{2}$  cm

9. Lúcia está correndo, sempre no mesmo sentido, em uma pista circular. Qual dos gráficos melhor descreve o número  $m$  de voltas completas que ela dá em função da distância  $x$  que ela corre?



10. Pedrinho preencheu a tabela com números inteiros de forma que em cada linha, coluna ou diagonal, o número do meio é a média aritmética dos outros dois. Qual é a soma dos números que apareceram nas casas em cinza?

- (A) 16
- (B) 17
- (C) 18
- (D) 19
- (E) 20

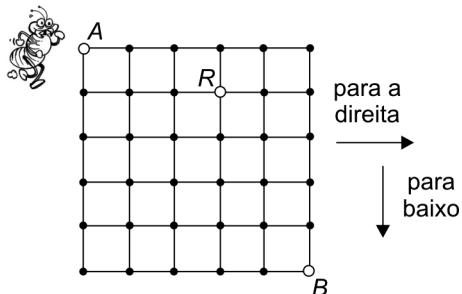
	7	
9		
		20

11. Os 535 alunos e os professores de uma escola fizeram um passeio de ônibus. Os ônibus, com capacidade para 46 passageiros cada, ficaram lotados. Em cada ônibus havia um ou dois professores. Em quantos ônibus havia dois professores?

- (A) 3  
(B) 5  
(C) 6  
(D) 8  
(E) 9

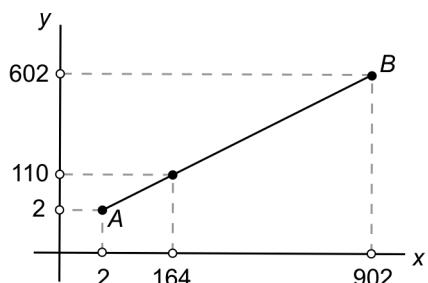
12. Uma formiguinha está no ponto  $A$  do quadriculado da figura e quer chegar ao ponto  $B$  passando pelo ponto  $R$ , andando sobre os lados dos quadradinhos e apenas para a direita ou para baixo. De quantas maneiras ela pode fazer esse trajeto?

- (A) 20  
(B) 24  
(C) 40  
(D) 48  
(E) 60



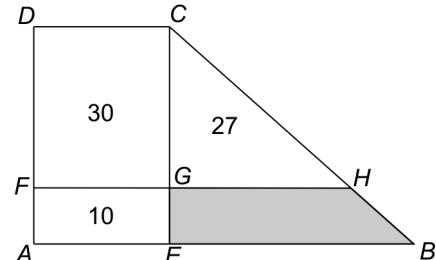
13. No segmento  $AB$  da figura existem vários pontos de coordenadas inteiras, como por exemplo  $(164, 110)$ . Quantos pontos com as duas coordenadas inteiras existem nesse segmento, contando os extremos?

- (A) 218  
(B) 249  
(C) 268  
(D) 289  
(E) 301



14. O trapézio  $ABCD$  foi dividido em dois retângulos  $AEGF$  e  $FGCD$ , um triângulo  $GHC$  e um trapézio  $EBHG$ . As áreas dos dois retângulos e do triângulo, em  $\text{cm}^2$ , estão indicadas na figura. Qual é a área do trapézio  $EBHG$ ?

- (A)  $15 \text{ cm}^2$   
(B)  $18 \text{ cm}^2$   
(C)  $21 \text{ cm}^2$   
(D)  $22 \text{ cm}^2$   
(E)  $24 \text{ cm}^2$



15. Ari, Bruna e Carlos almoçam juntos todos os dias e cada um deles pede água ou suco.

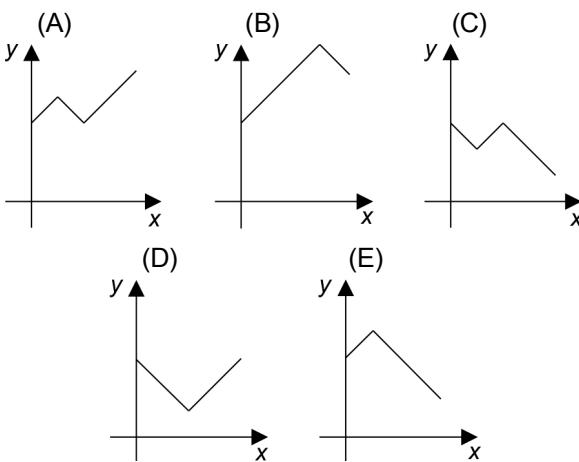
- Se Ari pede a mesma bebida que Carlos, então Bruna pede água.
- Se Ari pede uma bebida diferente da de Bruna, então Carlos pede suco.
- Se Bruna pede uma bebida diferente da de Carlos, então Ari pede água.
- Apenas um deles sempre pede a mesma bebida.

Quem pede sempre a mesma bebida e que bebida é essa?

- (A) Ari; água  
(B) Bruna; água  
(C) Carlos; suco  
(D) Ari; suco  
(E) Bruna; suco

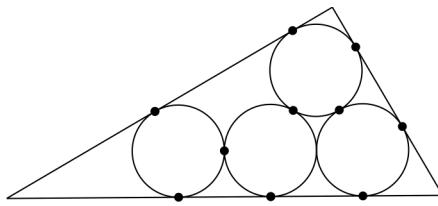


16. Na figura vemos dois quadrados, sendo  $M$  o ponto médio de  $CD$ . Uma formiguinha parte de um ponto qualquer  $P$  do segmento  $AB$  e quer chegar ao ponto  $M$  andando apenas sobre os lados dos quadrados pelo menor caminho possível. Qual dos gráficos abaixo melhor representa a distância  $y$  que a formiguinha vai percorrer em função da distância  $x = AP$ ?



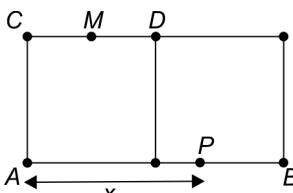
17. A figura mostra quatro círculos de raio 1 cm dentro de um triângulo. Os pontos marcados são pontos de tangência. Qual é o comprimento do menor lado desse triângulo?

- (A) 4 cm  
 (B)  $3 + \sqrt{3}$  cm  
 (C) 5 cm  
 (D)  $3\sqrt{3}$  cm  
 (E)  $2 + 2\sqrt{3}$  cm



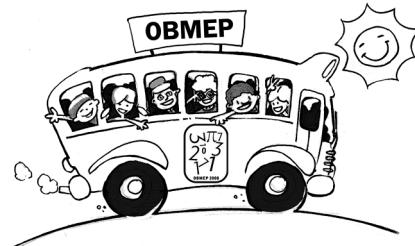
18. Uma papelaria monta estojos. Dentro de cada estojo são colocadas 3 canetas, que podem ser azuis ou vermelhas, numeradas com 1, 2 e 3. Cada estojo recebe uma etiqueta com a letra **A** se as cores das canetas 1 e 2 são iguais, uma com a letra **B** se as cores das canetas 1 e 3 são iguais e uma com a letra **C** se as cores das canetas 2 e 3 são iguais (o mesmo estojo pode receber mais de uma etiqueta). Em certo dia foram utilizadas 120 etiquetas **A**, 150 etiquetas **B** e 200 etiquetas **C**, e exatamente 200 estojos receberam apenas uma etiqueta. Quantos estojos foram montados nesse dia?

- (A) 220  
 (B) 230  
 (C) 260  
 (D) 290  
 (E) 310



19. Um ônibus transporta 31 estudantes, baianos e mineiros, para um encontro de participantes da OBMEP. Entre os baianos,  $\frac{2}{5}$  são homens e, entre os mineiros,  $\frac{3}{7}$  são mulheres. Entre todos os estudantes quantas são as mulheres?

- (A) 12  
 (B) 14  
 (C) 15  
 (D) 18  
 (E) 21



20. Em um jogo, Pedro lança uma moeda para decidir quantas casas avançar. Quando sai cara, ele avança uma casa; quando sai coroa, ele avança duas casas. O jogo acaba quando Pedro alcança ou ultrapassa a última casa. Faltam três casas para Pedro terminar o jogo. Qual é a probabilidade de que ele tire coroa em sua última jogada?

- (A)  $\frac{7}{8}$   
 (B)  $\frac{5}{6}$   
 (C)  $\frac{2}{3}$   
 (D)  $\frac{5}{8}$   
 (E)  $\frac{3}{4}$

