2º OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS OBMEP 2006

Somando novos talentos para o Brasil

Ensino Médio

1ª FASE – 29 de agosto de 2006 ■

Nome do(a) aluno(a):

INSTRUÇÕES

- 1. Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, data de nascimento, série e turno que estuda e não se esqueça de assiná-lo.
- 2. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- 3. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e apenas uma delas é correta.
- **4.** Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente a lápis ou a caneta (é preferível a caneta).



- **5.** Marque apenas uma alternativa para cada questão. Atenção: se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja a correta.
- 6. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
- 7. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
- 8. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

É com grande alegria que contamos com a sua participação, a de seus professores e a de sua escola na 2ª OBMEP. Encare as questões desta prova como quebra-cabeças interessantes e divirta-se com a busca de suas soluções.

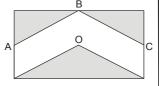
Desejamos que você faça uma boa prova!

Ministério
da Ciência Ministério
e Tecnologia da Educação





 No retângulo ao lado, A, B e C são pontos médios de seus lados e O é o ponto de encontro de suas diagonais. A área da região sombreada é



- (A) $\frac{1}{4}$ da área do retângulo.
- **(B)** $\frac{1}{3}$ da área do retângulo.
- (C) $\frac{1}{2}$ da área do retângulo.
- (**D**) $\frac{3}{5}$ da área do retângulo.
- (E) $\frac{2}{3}$ da área do retângulo.
- 2. Qual dos seguintes números está mais próximo de 1?



(B)
$$1-\frac{1}{8}$$

(C)
$$1+\frac{1}{5}$$

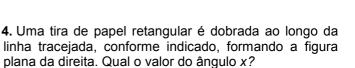
(D)
$$1-\frac{1}{3}$$

(E)
$$1+\frac{1}{10}$$

3. A figura representa parte de uma régua graduada de meio em meio centímetro, onde estão marcados alguns pontos. Qual deles melhor representa o número 2x - 2?

0







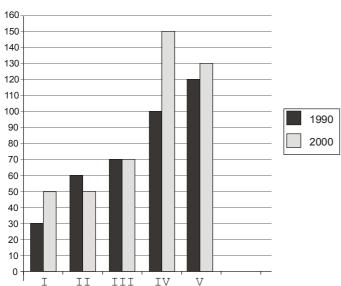


- **(A)** 30°
- **(B)** 50°
- (C) 80°
- **(D)** 100°
- **(E)** 130°

5. Os comprimentos dos lados do triângulo da figura são números inteiros. Junto a cada vértice aparece o produto dos comprimentos dos lados a ele adjacentes.

Qual é o perímetro do triângulo?

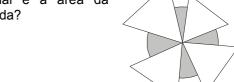
- **(A)** 20 **(B)** 24
- (C) 28
- **(D)** 30
- **(E)** 34
- 6. No gráfico estão representadas as populações das cidades I, II, III, IV e V em 1990 e 2000, em milhares de habitantes. Por exemplo, em 1990 a população da cidade II era de 60 000 habitantes e em 2000 a cidade IV tinha 150 000 habitantes.



- Qual cidade teve o maior aumento percentual de população de 1990 a 2000?
- (A) I
- (B) II
- (C) III
- (D) IV
- **(E)** V

- 7. Qual é a soma dos algarismos do número $1+10+10^2+10^3+\cdots+10^{2004}+10^{2005}+10^{2006}$?
- **(A)** 1
- **(B)** 10
- (C) 2006
- **(D)** 2007
- (E) 20060
- 8. A figura mostra um círculo de área 36 cm² sobre o qual estão desenhados quatro triângulos equiláteros

com um vértice comum no centro do círculo. Qual é a área da região sombreada?



- (A) 9 cm^2
- (B) 12 cm²
- (C) 15 cm²
- **(D)** 20 cm^2
- (E) 24 cm²
- 9. Vera preencheu com os algarismos 1, 2, 3 e 4 as onze casas que estão sem algarismo na tabela, de

modo que em nenhuma linha e em nenhuma coluna aparecessem dois algarismos iguais. Qual a soma dos números que Vera colocou nas casas marcadas com bolinhas pretas?

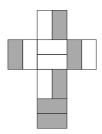
•	2		
1	•		
2		•	3
		1	•

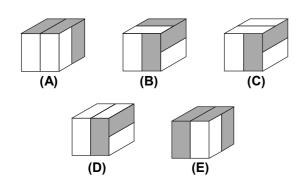
- (A) 10
- **(B)** 11
- (C) 12
- **(D)** 13
- (E) 14
- 10. Um trabalho de Matemática tem 30 questões de Aritmética e 50 de Geometria. Júlia acertou 70% das questões de Aritmética e 80% do total de questões. Qual o percentual das questões de Geometria que ela acertou?
- (A) 43%
- **(B)** 54%
- (C) 58%
- **(D)** 75%
- (E) 86%

NÍVEL 3

11. Para montar um cubo, Guilherme recortou um pedaço de cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura ao lado.

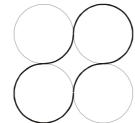
Qual das figuras abaixo representa o cubo construído por Guilherme?





12. Na figura os quatro círculos são tangentes e seus

centros são vértices de um quadrado de lado 4 cm. Qual é o comprimento, em centímetros, da linha destacada?



(A) 2π

(B) 4π

(C) 6π

(**D**) 8π

(E) 10π

13. Os termos de uma següência são formados usandose apenas os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5, como segue:

1° termo: 123454321

2º termo: 12345432123454321

3º termo: 1234543212345432123454321

e assim por diante.

Quantas vezes o algarismo 4 aparece no termo que tem 8001 algarismos?

(A) 1000

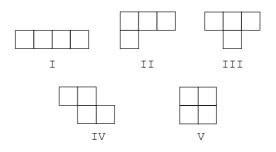
(B) 1001

(C) 2000

(D) 2001

(E) 4000

14.



Paulo usou quatro peças diferentes dentre as cinco acima para montar a figura indicada. Em qual das peças está o quadradinho marcado com X?

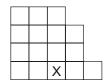
(A) I

(B) II

(C) III

(D) IV

(E) V



15. Quantos são os números menores que 10 000 tais que o produto de seus algarismos seja 100? Por exemplo, 455 é um destes números, porque $4 \times 5 \times 5 = 100$.

(A) menos de 10

(B) 18

(C) 21

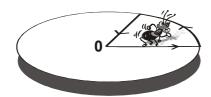
(D) 28

(E) mais de 30

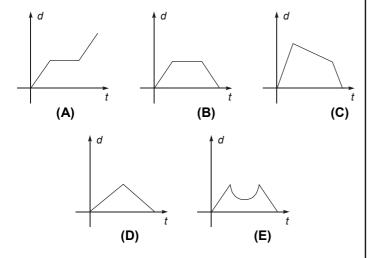
16. Uma caixa contém cinco bolas numeradas de 1 a 5. Dela são retiradas ao acaso duas bolas. Qual a probabilidade de que o maior número assim escolhido seja o 4?

(E) $\frac{1}{2}$

17. Uma formiguinha parte do centro de um círculo e percorre uma só vez, com velocidade constante, o trajeto ilustrado na figura.



Qual dos gráficos a seguir representa a distância d da formiguinha ao centro do círculo em função do tempo t?



18. No dia de seu aniversário em 2006, o avô de Júlia

disse a ela: "Eu nasci no ano x^2 e completei x anos em 1980. Quantos anos eu completo hoje?". A resposta certa é:

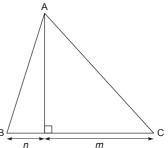
- **(A)** 61
- **(B)** 64
- (C) 67
- **(D)** 70
- **(E)** 72

19. No triângulo ABC, o comprimento dos lados AB, BC e CA, nessa ordem, são números inteiros e conse-

cutivos. A altura relativa a BC divide este lado em dois segmentos de comprimentos m e n, como indicado.

Quanto vale m - n?

- **(A)** 1
- (**B**) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (**E**) 6



20. O número *abcde* tem cinco algarismos distintos e diferentes de zero, cada um deles representado por uma das letras a, b, c, d, e. Multiplicando-se este número por 4 obtém-se número de cinco algarismos edcba. Qual o valor de a + b + c + d + e?

- (A)22
- **(B)** 23
- (C)24
- **(D)** 25
- **(E)** 27